

集中ゼミ：「単一光子，量子もつれ光子の発生と量子計測」

枝松圭一（東北大学電気通信研究所）

量子的な光，特に単一光子，量子もつれ光子の発生とその利用は，光を用いた量子情報通信技術の要であるばかりでなく，光の量子性を利用した新しい量子計測，量子分光技術の礎でもある．この集中ゼミでは，光を用いた新たな量子計測・分光技術に興味をもつ物性若手研究者を対象に，以下の内容についてできるだけ易しくお話ししたい．

1. 量子光学の基礎
2. 単一光子の発生と観測
3. 量子もつれ光子の発生と観測
4. 単一光子，量子もつれ光子を用いた量子計測

なお，ゼミの内容に深く関連する教科書として，以下を参考にされたい．

- 枝松圭一著「単一光子と量子もつれ光子 ―量子光学と量子光技術の基礎―」（基本法則から読み解く物理学最前線 19）共立出版（2018）ISBN:978-4320035393

以下のテキストは，本集中ゼミの中核となる項目「2. 単一光子の発生と観測」および「3. 量子もつれ光子の発生と観測」に関連する資料として，上記書籍の第7章～第8章を抜粋・再構成したものである．本集中ゼミのテキストとして抜粋を掲載することを快く許諾して下さった共立出版に感謝する．

1 単一光子の発生

この章では、量子光学や光を用いた量子情報通信技術において重要な単一光子 (single photon) の概念について調べる。「単一光子」とは、理想的にはひとつのモードあるいはいくつかのモードにまたがって光子が1個励起されている状態を指すが、実用的には、ある時空間において光子を検出した際に2個以上の光子が検出される確率が0である状態を指す場合が多い。後者では光子数は0または1であって、光子数が1に確定した状態ではないが、2個以上の光子が存在しないことが確定できることから、量子情報通信、特に量子暗号において実用上重要な状態である。

1.1 単一光子と強度相関

単一光子状態を論じる上で重要な光子の時間的な単一性は、2次の規格化自己相関関数 (強度相関関数)

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger(t)\hat{a}^\dagger(t+\tau)\hat{a}(t+\tau)\hat{a}(t) \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger(t)\hat{a}(t) \rangle^2} \quad (1)$$

で定量的に表すことができる。ここで、 $\hat{a}^\dagger(t)$ および $\hat{a}(t)$ は各々時刻 t における光子の生成・消滅演算子であり、 $\langle \dots \rangle$ は時間平均を表す。式 (1) の分子は、時間差 τ だけ隔てて2光子を検出する確率に比例する。単一光子状態では、同時に2個以上の光子が検出されることはないから、 $g^{(2)}(0) = 0$ である。 $g^{(2)}(0) < g^{(2)}(\tau)$ となるような状態を、光子のアンチバンチングというが、単一光子状態とは、 $g^{(2)}(0) = 0$ となる最もアンチバンチングした状態であると言える。

実験的には、強度相関関数は図1に示したような装置で測定される。その際、測定対象となる「単一光子源」が連続 (CW) 光源であれば、その強度相関関数には $\tau = 0$ を中心としてある時間幅をもつディップ ($g^{(2)}(0) = 0$) が現れる (図2(a))。これに対し、測定対象となる単一光子源が周期的パルス光源であれば強度相関関数も同じ繰り返し周期をもつパルス状となり、その $\tau = 0$ における値が0となる (図2(b))。

1.2 単一の量子系を用いた単一光子発生

単一光子の発生にはいくつかの方法が提案されているが、その一つが、単一の原子、分子、束縛電子

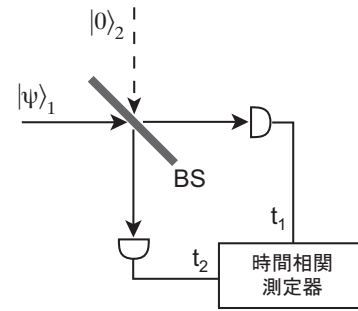


図1: 光子検出器を用いた強度相関測定の概念図。

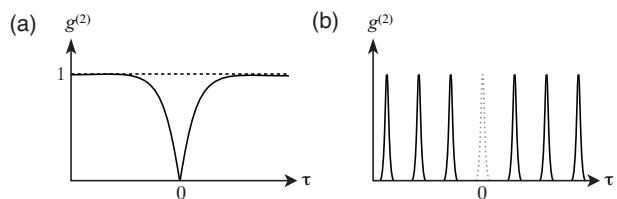


図2: 単一光子源に対する強度相関 $g^{(2)}(\tau)$ の測定例。(a) 連続 (CW) 光, および (b) 周期的パルス光の場合。

など、単一の量子系における電子遷移に伴う発光を利用する方法である。すなわち、これらの単一量子系における電子のフェルミオン性にに基づき、同じ時刻・状態に複数の光子が発生しないよう制御された光源として利用するものである。このような方法による単一光子の発生は、単一原子の共鳴発光において実現し得ることが理論的に予言され [1], 程なくして Na 等の単一の原子の共鳴発光において実験的に観測された [2, 3]。このような単一光子状態は、単一原子以外にも、単一イオンの共鳴発光 [4], 単一分子の発光 [5, 6], 固体中の単一不純物準位からの発光 [7], 半導体中の単一量子ドットからの発光 [8, 9, 10], 単一有機ナノ結晶からの発光 [11] のように、単一の量子系からの電子遷移による発光を分離して受光することによって観測されている。このような単一光子発生に関する解説論文として、単一原子を用いた初期の研究に関するもの [12, 13] や、単一分子や固体を用いた研究に関するもの [14, 15] が参考になるだろう。

ここではまず、単一原子や単一イオンの共鳴発光の場合のように、図3(a)に示すような2準位系を共鳴励起した場合に、励起光とは異なる空間モードに放出される光子の強度相関関数を考える。いま、時刻 $t = 0$ において第1の光子が放出されたとする。

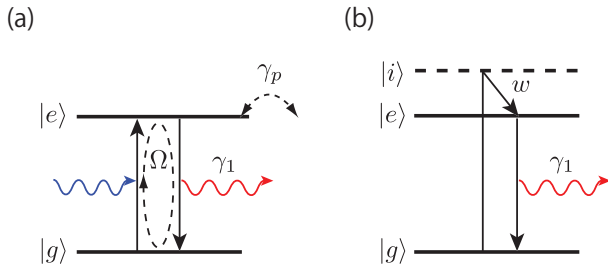


図 3: (a) 2 準位系, および (b) 3 準位系を用いた単一光子発生概念図. γ_1 : 輻射緩和率, γ_p : 純位相緩和率, Ω : ラビ周波数, w : 励起確率.

このとき, 2 準位系は基底状態 $|g\rangle$ にあり, 励起状態 $|e\rangle$ にある確率 p_e は 0 である. ある時刻において, 第 2 の光子が放出される確率は, p_e に比例する. 従って, $g^{(2)}(\tau)$ は, $t = \tau (\geq 0)$ における p_e に比例することになる. 励起光とは異なる多数の空間モードのどれかに光子が放出される場合, 共鳴励起に対して輻射緩和項が加わることになり, $t = 0$ で 0 であった p_e は, $t \rightarrow \infty$ で有限の一定値に近づき, このとき $g^{(2)} \rightarrow 1$ である. 従って強度相関関数は, $g^{(2)}(0) = 0, g^{(2)}(\infty) \rightarrow 1$ なるアンチバンチング特性を示すことになる. その様子は, 励起強度 (ラビ周波数 Ω), 輻射緩和率 γ_1 , 純位相緩和率 γ_p の値により次のような場合に分けることができる [1, 12, 13].

(a) 弱励起 ($\Omega \ll \gamma_1$) かつ純位相緩和がない ($\gamma_p = 0$) 場合

$$g^{(2)}(\tau) = \left(1 - e^{-\gamma_1 \tau / 2}\right)^2 \quad (2)$$

(b) 弱励起かつ純位相緩和が大きい ($\Omega \ll \gamma_1 \ll \gamma_p, 1 \ll \gamma_p \tau$) の場合

$$g^{(2)}(\tau) = 1 - e^{-\gamma_1 \tau} \quad (3)$$

(c) 強励起 ($\Omega \gg \gamma_1, \gamma_p$) の場合

$$g^{(2)}(\tau) = 1 - e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)\tau / 2} \cos \Omega \tau \quad (4)$$

ここで, $\gamma_2 = \gamma_1 / 2 + \gamma_p$ である. これらの強度相関関数の概略を図 4 に示す. (2)~(4) のいずれの場合も, $g^{(2)}(0) = 0$ となって, アンチバンチング特性を示す単一光子状態が実現されることがわかる. また, 強励起の場合に現れる振動構造は, 共鳴励起光と二準位系との間のラビ振動に由来する.

図 5 に, 単一 Na 原子からの共鳴発光の強度相関 $g^{(2)}(\tau)$ の測定例を示す [2, 3]. $\tau = 0$ の付近で $g^{(2)} \sim 0$

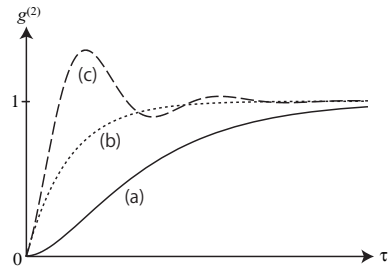


図 4: 2 準位原子系の共鳴発光における強度相関 $g^{(2)}(\tau)$ の計算例. (a) 弱励起かつ純位相緩和がない場合, (b) 弱励起かつ純位相緩和が大きい場合, (c) 強励起の場合.

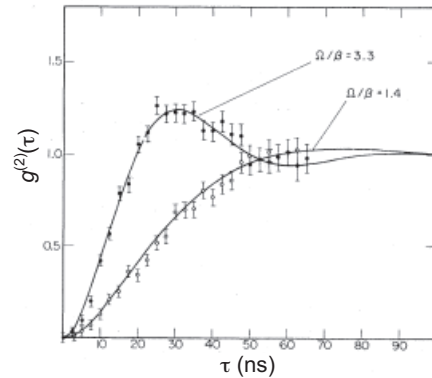


図 5: 単一 Na 原子の共鳴発光における強度相関 $g^{(2)}(\tau)$ を求めた実験例 [2, 3].

になっており, $\tau \neq 0$ で $g^{(2)}$ が増加し, 1 に近づくことがわかる. このことは, 2 光子が同時には放出されないことを示しており, 単一原子においては 2 電子が同時に同じエネルギー準位に励起されないという, 強い光学非線形性を反映したものである.

一方, 分子や固体不純物および半導体量子ドットにおいては, 光励起によって励起される状態と, 発光を観測する始状態は異なるのが普通である. このような場合に適用される単一の 3 準位系モデルについて考える (図 3(b)). 系は基底状態 $|g\rangle$ から中間励起状態 $|i\rangle$ に励起された後直ちに発光の始状態 $|e\rangle$ に緩和し, その後発光を伴って基底状態に戻るものとする. 時刻 $\tau = 0$ において第 1 の光子が放出された後, 単位時間内に $|g\rangle$ から $|i\rangle$ を経て $|e\rangle$ へ励起される確率を w , $|e\rangle$ から $|g\rangle$ への輻射緩和率を γ_1 , 時刻 τ において系が $|g\rangle, |e\rangle$ にある確率を各々 $p_g(\tau), p_e(\tau)$

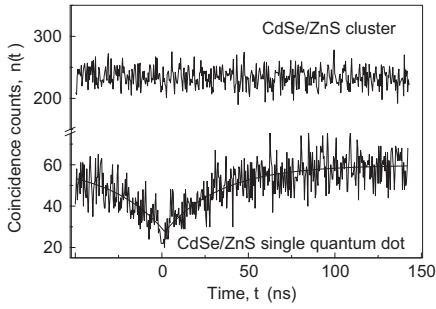


図 6: CdSe 単一量子ドットからの発光の強度相関の実験例 [8]. 多数の量子ドットからなる集合体 (上) と単一量子ドットからの発光 (下) の強度相関.

とすると, 次のレート方程式が成り立つ.

$$\frac{d}{d\tau} p_e(\tau) = w p_g(\tau) - \gamma_1 p_e(\tau) \quad (5)$$

また,

$$p_g(\tau) + p_e(\tau) = 1 \quad (6)$$

$$p_e(0) = 0 \quad (7)$$

であることに注意して (5) を解くと,

$$p_e(\tau) = \frac{w}{\gamma_1 + w} \left(1 - e^{-(\gamma_1 + w)\tau} \right) \quad (8)$$

を得る. 従って, この系からの発光の強度相関は,

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{p_e(\tau)}{p_e(\infty)} = 1 - e^{-(\gamma_1 + w)\tau} \quad (9)$$

となり [8], (3) と同じ指数関数型となることがわかる¹. この場合も, $g^{(2)}(0) = 0$ となって, アンチバンチング特性を示す単一光子状態が実現される.

半導体を用いた単一光子発生が初めて確認されたのは, コロイド溶液法で作製された CdSe 量子ドットを用いた実験 [8] である. 図 6 に示すように, 多数の量子ドットを含むクラスターからの発光ではアンチバンチングは観測されないが, 単一の量子ドットからの発光では明瞭なアンチバンチングが観測され, (9) 式で決まるその時間スケールは数 10 ns である. なお, 長い時間スケールでは量子ドットからのキャリアのイオン化による点滅現象 [16] に伴うバンチング ($g^{(2)}(\tau) > g^{(2)}(\infty)$) が観測されることも知られている. 図 6 に示した実験では, アンチバンチング

¹レート方程式 (5) が成立するのは, $|i\rangle$ から $|e\rangle$ への速い緩和により位相情報が失われる, すなわち速い位相緩和がある場合に相当する.

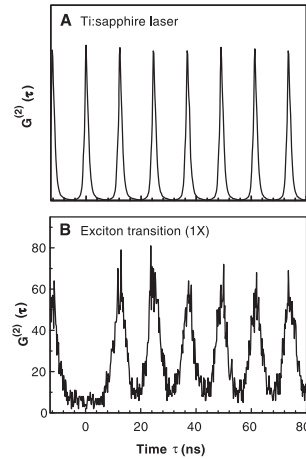


図 7: GaAs 単一量子ドットの発光の強度相関の実験例 [9]. 周期的レーザーパルス (上) で励起された単一量子ドットからの発光 (下) の強度相関.

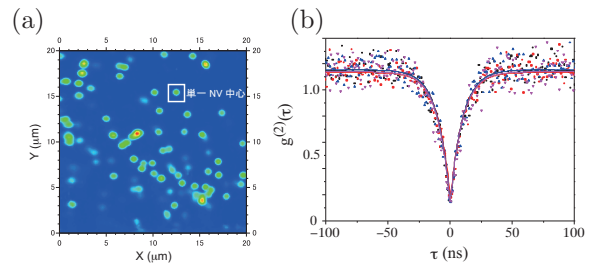


図 8: (a) ダイヤモンド中の NV 中心の発光の顕微鏡像. (b) 単一の NV 中心からの発光の強度相関の測定例 [18].

を示してはいるものの, $g^{(2)}(0)$ の値が 0 まで下がりきってはならず, 単一光子状態としてはまだ不完全な状態であった. 同様な物質系を用いた低温における実験では, さらに明瞭な (より小さな $g^{(2)}(0)$ の値をもつ) 単一光子発生が観測されている [17].

上述のコロイド量子ドットでの実験とほぼ同時期に, 半導体表面上に自己組織化成長した単一量子ドット試料からの単一光子発生も観測された. GaAs 表面上に成長した InAs 単一量子ドット試料からの発光のアンチバンチングを観測した例 [9] では, 励起光として周期的な短パルスが発生するレーザーを用い, その周期に同期した発光の強度相関を観測している (図 7). 実験結果では同一 ($\tau = 0$) のパルスにおける強度相関がほぼ 0 となり, 1 つの励起パルスからは 1 個までの光子しか発光しないことを示している.

このような初期の実験はレーザーによる光励起を

用いていたが、半導体中に埋め込まれた単一量子ドットを用いれば、LEDのような電流注入による単一光子発生も期待される。実際、このような電流注入による単一光子発生も程なくして実現された [19]。また、量子通信への応用において重要な意味をもつ通信波長帯での単一光子発生に関しては、InAs/InP 量子ドットを用いて 1.3 μm 帯における単一光子発生 [20] が報告されたのに続き、1.5 μm 帯における単一光子発生 [21, 22] も報告されている。さらに、単一光子の波長帯や発生動作温度域の拡大も試みられている。その一例として、ダイヤモンド中の窒素不純物と空孔に捕縛された局在電子中心 (NV 中心) が挙げられる。ダイヤモンドの NV 中心は、室温でも安定かつ高効率に動作する単一光子源として注目されている [7, 23, 24]。図 8 に、ダイヤモンド試料中の NV 中心からの発光の顕微鏡像と、単一 NV 中心からの発光の強度相関の測定例を示す [18]。 $\tau = 0$ 付近で明瞭なアンチバンチング特性を示していることがわかる。 $g^{(2)}(0)$ が 0 に達していないのは、単一 NV 中心以外の光 (他の NV 中心からの発光やダイヤモンド試料による背景光など) の混入が完全には排除できないためである。また、 $\tau = 0$ の両側で $g^{(2)} > 1$ となっている領域があるのは、前述した CdSe 量子ドットでもみられたバンチングによるものであり、 $\tau \rightarrow \infty$ では $g^{(2)} \rightarrow 1$ となる。

2 光子対の発生

以下では、時間的・空間的に相関をもってほぼ同時に発生する 2 個の光子、すなわち光子対の発生方法について述べる。このような光子対は、次章で述べる量子もつれを発生・保持・輸送する媒体として

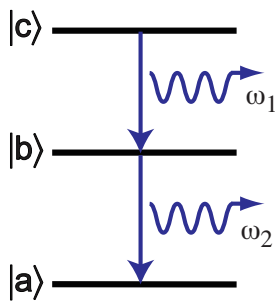


図 9: 三準位系からのカスケード光放出による光子対の発生。

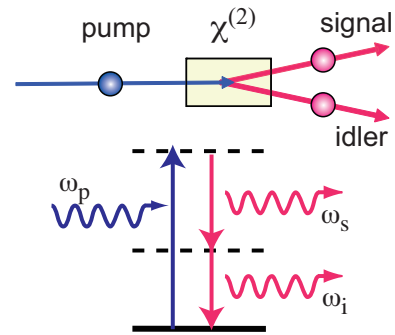


図 10: 自発パラメトリック下方変換による相関光子対の発生。

たいへん優れているほか、片方の光子を伝令として実効的な単一光子 (伝令付き単一光子) としても用いることができ、量子光学、量子情報通信における種々の実験に用いられている。

2.1 カスケード光放出

図 9 に示すように、状態 $|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle$ の三準位系を考える。このような三準位系は、原子や分子、または固体中の励起子のような離散的なエネルギー準位をもつ物理系を用いて実現できる。この系において、 $|c\rangle \rightarrow |b\rangle$ の遷移により第 1 の光子 (振動数 ω_1) が、 $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$ の遷移により第 2 の光子 (振動数 ω_2) が発生する場合を考える。このとき、系が $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$ に再励起される確率は十分小さく、 $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$ へは光子 2 を放出する以外の経路はないとすると、光子 1 が発生した後に必ず光子 2 が発生する。すなわち、光子 1 と光子 2 の対が発生することになる。

2.2 パラメトリック下方変換

相関光子対状態は、図 10 に示す自発パラメトリック下方変換 (spontaneous parametric down-conversion: SPDC) を用いて発生することもできる。SPDC は、2 次の非線形光学効果であるパラメトリック光学過程の一種であり、1 個の光子 (ポンプ光子) から時間的に強く相関した 1 対の光子を発生することができる。

パラメトリック光学過程とは、2 次の非線形分極によって、光周波数の混合または分割が起きる現象である。いま、光によって誘起される物質の分極 P を

$$P = \epsilon_0 \left(\chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots \right) \quad (10)$$

と書く²。光と分極の相互作用 \mathcal{H}_I は、双極子近似の下で

$$\mathcal{H}_I = -P \cdot E \quad (11)$$

と書ける。従って2次の非線形分極

$$P^{(2)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 \quad (12)$$

と光との相互作用は、

$$\mathcal{H}_I = -P^{(2)} \cdot E = -\epsilon_0 \chi^{(2)} E^3 \quad (13)$$

と書くことができる。いま、 $\omega_p, \omega_1, \omega_2$ の3種の振動数のモードを考え、ここで、 ω_p (ポンプ光) の強度は他より十分強いものとする。いま、(13)の相互作用の下で ω_p に関する演算子を含み、時間平均の後にも消えない項 (生成・消滅される光子のエネルギーが保存される項) を拾い出すと、

$$\hbar g \left(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_p \hat{a}_p + h.c. \right) \quad (\omega_i = 2\omega_p, i = 1, 2) \quad (14)$$

$$\hbar g \left(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_p + h.c. \right) \quad (\omega_1 + \omega_2 = \omega_p) \quad (15)$$

を得る。ここで、 g は $\chi^{(2)}$ に比例する定数である。(14)の第1項は、 ω_p のポンプ光を2光子消滅させて $2\omega_p$ の光を1光子生成する過程で、第2高調波発生 (second harmonic generation: SHG) に対応する。(15)の第1項は、 ω_p のポンプ光を1光子消滅させて ω_1 の光と ω_2 の光を各々1光子生成する過程で、パラメトリック下方変換 (parametric down-conversion: PDC) と呼ばれる。特に、 $\omega_1 = \omega_2$ の時を縮退パラメトリック下方変換と呼ぶ。パラメトリック下方変換において、入射光 (種光) として ω_1 または ω_2 の光が存在する場合には、その光は誘導放出によって増幅されることになり、これをパラメトリック増幅 (parametric amplification) と呼ぶ。 ω_1 および ω_2 の入射状態が真空状態の場合には、パラメトリック下方変換は自発放出によるものとなり、これが上述した自発パラメトリック下方変換 (SPDC) である³。SPDCによって発生した光の一方をシグナル光、他方をアイドラ光と呼ぶ⁴。

²一般に感受率はテンソルで表されるが、ここでは簡単のためスカラー量として扱う。

³パラメトリック蛍光 (spontaneous parametric emission) ともいう。

⁴パラメトリック増幅の場合は、入射光のある方をシグナル光、他方をアイドラ光と呼ぶが、SPDCの場合にはどちらをシグナル光と呼ぶかは決まっていない。慣例として、振動数の大きい (波長の短い) 方をシグナル光と呼ぶ場合が多い。

SPDCは2次の非線形分極 $\chi^{(2)}$ によって生じる波長変換過程であるから、効率的にSPDCを生じさせるためには、大きな $\chi^{(2)}$ をもつ物質が必要である。そのための代表的な物質群として、強誘電性の非線形光学結晶が良く用いられる。また、その際には、SPDCによる波長変換過程が結晶全体にわたってコヒーレントに重なり合うことが必要である。この条件を位相整合条件といい、結晶長が無限に長い場合には次の式で表される。

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_p \quad (16)$$

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_p \quad (17)$$

ここで、 \mathbf{k}_i ($i = 1, 2, p$) はシグナル光、アイドラ光、ポンプ光の波数ベクトルである。(16)は、(15)にも現れたように振動数 (あるいは光子エネルギー) の保存則を表し、(17)は、波数ベクトル (あるいは光子の運動量) の保存則を表す。条件(16)によって、発生するシグナル光とアイドラ光の振動数の間に相関が生じる。また、条件(17)によって、それらの波数ベクトルすなわち発生方向の間に相関が生じる。さらに、2つの条件を並立することで、シグナル光およびアイドラ光の振動数がそれらの発生方向に応じて決まる。実際上は、結晶の長さが有限でポンプ光の振動数と波数ベクトルも有限の幅をもつため、位相整合条件が緩和され、シグナル光およびアイドラ光は有限の振動数幅 (スペクトル幅) をもつことになる⁵。また、実際の実験において位相整合条件を満足させるためには、通常、非線形光学結晶の複屈折性を利用する。このとき、シグナル光とアイドラ光の偏光が平行である場合と、互いに垂直である場合の2種類の位相整合が考えられる。前者を type-I 位相整合、後者を type-II 位相整合と呼ぶ。

いま、ポンプ光を振幅 α (実数) のコヒーレント光とし、シグナルおよびアイドラのモードには真空状態を入力すると、SPDCにより発生する光子状態は、

$$|\Psi\rangle = c_0|0\rangle_1|0\rangle_2 + c_1|1\rangle_1|1\rangle_2 + c_2|2\rangle_1|2\rangle_2 + \dots \quad (18)$$

$$c_n = \frac{(\tanh \theta)^n}{\cosh \theta} \quad (19)$$

と書くことができる [25]。ここで、 $|n\rangle_i$ はシグナル ($i = 1$) およびアイドラ ($i = 2$) モードの光子数状態を

⁵後述するように、シグナル光とアイドラ光のスペクトル幅は、それらの間の時間相関幅を決める要因である。

表し, θ は $g\alpha$ に比例する定数である. また, $\tanh^2 \theta = \zeta$ と置くことにより,

$$|c_n|^2 = \frac{(\tanh \theta)^{2n}}{\cosh^2 \theta} = (1 - \zeta)\zeta^n \quad (20)$$

を得るが, $\zeta = e^{-\hbar\omega/(k_B T)}$ と置くと, 光子数状態の確率分布 $|c_n|^2$ は熱放射 (温度 T , 角振動数 ω) における光子数分布 (幾何分布) と等しいことがわかる. すなわち, SPDC により発生する光子対の数の分布は, 熱放射の光子数分布と等しい. ここで, シグナル (またはアイドラ) の平均光子数は $\langle n \rangle = \zeta/(1 - \zeta)$ である. また, シグナル (またはアイドラ) の一方のモードの光子状態の密度行列 ρ_1, ρ_2 は, 全系の密度行列 $\rho = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ を他方のモードについて部分対角和をとることによって求められる. すなわち

$$\rho_1 = \text{Tr}_{(2)} |\Psi\rangle\langle\Psi| = \sum_n |c_n|^2 |n\rangle\langle n|_1, \quad (21)$$

$$\rho_2 = \text{Tr}_{(1)} |\Psi\rangle\langle\Psi| = \sum_n |c_n|^2 |n\rangle\langle n|_2 \quad (22)$$

である. SPDC の出力状態 (18) は光子対についての重ね合わせ状態であるが, シグナルまたはアイドラ各々の光子状態は, コヒーレンスが失われた熱放射状態となるのである.

いま, ポンプ光の強度が十分に弱い場合, すなわち (20) において $\theta \ll 1$ 従って $\zeta \ll 1$ の場合を考える. このとき, $|c_0|^2 \gg |c_1|^2 \gg |c_2|^2 \dots$ となるので, シグナルおよびアイドラに各々2個以上の光子を含む状態を無視でき,

$$|\Psi\rangle = c_0|0\rangle_1|0\rangle_2 + c_1|1\rangle_1|1\rangle_2 \quad (23)$$

と表すことができる. このうち, $|1\rangle_1|1\rangle_2$ が光子対状態である. 真空状態 $|0\rangle_1|0\rangle_2$ は, 光子検出をした際には測定されないのので, 光子が検出されたときのみを結果と捉える場合には無視して良い. SPDC では, シグナルおよびアイドラ光子は位相整合条件で決まる比較的広いスペクトル幅をもつ. その相関時間 (2光子が検出される際の時間差の分布) は, シグナルおよびアイドラのスペクトル幅のたたみ込みの逆数程度の幅を持ち, 典型的な条件においては 100 fs 程度である. この時間相関幅は, 以下で述べる Hong, Ou, Mandel によって行われた二光子干渉の実験 [26] によって測定することができる.

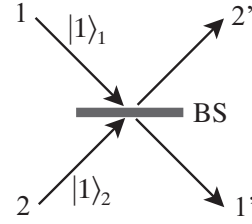


図 11: 2 光子強度干渉の概念図.

2.3 Hong-Ou-Mandel の 2 光子強度干渉

図 11 のように 50%:50% ビームスプリッタ (BS) の 2 つの入射ポート 1, 2 に, 同じ周波数 ω および s 偏光の単一光子状態 $|1\rangle_1, |1\rangle_2$ を同時に入射する. このときの入射光の状態は

$$|\Psi\rangle = |1\rangle_1|1\rangle_2 = \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger |00\rangle \quad (24)$$

と書ける. ここで, $|00\rangle = |0\rangle_1|0\rangle_2$ は真空状態を表す. BS による演算子の変換式

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{1'} \\ \hat{a}_{2'} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (25)$$

を用いて, (24) を BS の出力側の状態に変換すると,

$$|\Psi'\rangle = \frac{1}{2} (\hat{a}_{1'}^\dagger + i\hat{a}_{2'}^\dagger) (i\hat{a}_{1'}^\dagger + \hat{a}_{2'}^\dagger) |00\rangle \quad (26a)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ i(\hat{a}_{1'}^\dagger)^2 + i(\hat{a}_{2'}^\dagger)^2 + \hat{a}_{1'}^\dagger \hat{a}_{2'}^\dagger - \hat{a}_{1'}^\dagger \hat{a}_{2'}^\dagger \right\} |00\rangle \quad (26b)$$

$$= \frac{i}{\sqrt{2}} (|2\rangle_{1'}|0\rangle_{2'} + |0\rangle_{1'}|2\rangle_{2'}) \quad (26c)$$

となる. ここで, (26b) の第 1 項と第 2 項は入射した光子の一方が BS を透過し他方が通過する場合を表し, 第 3 項および第 4 項は各々, 入射した光子が両方透過する場合と両方反射する場合を表す. 第 3 項と第 4 項は符号が逆であるので互いに打ち消し合い, 結局 (26c) の状態に帰着する. すなわち, 入射した 2 光子は 2 つの出力ポートに分かれて出射することではなく, 必ずどちらかの出力ポートと一緒に出射するのである. 各出力ポートへ 2 光子が出射する確率は各々 1/2 である. どちらか片方の出力ポートへの光子数が必ず 0 となることから, 出力ポート 1' および 2' の両方で同時に光子を検出する計数率は,

$$\langle\Psi'| \hat{a}_{1'}^\dagger \hat{a}_{2'}^\dagger \hat{a}_{2'} \hat{a}_{1'} |\Psi'\rangle = 0 \quad (27)$$

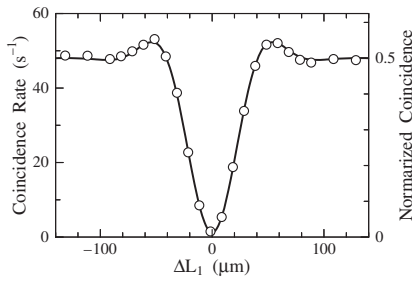


図 12: Hong-Ou-Mandel の 2 光子強度干渉の実験例 [27].

となる．この現象は，(26b)における第3項と第4項の打ち消し合い，すなわち互いに見分けがつかない 2 光子間の量子干渉に基づく現象であり，それを初めて実験 [26] で示した Hong, Ou および Mandel にちなんで **Hong-Ou-Mandel** の 2 光子強度干渉あるいは単に **Hong-Ou-Mandel** 干渉と呼ばれる．

図 12 に，Hong-Ou-Mandel 干渉の実験例 [27] を示す．自発パラメトリック下方変換 (SPDC) により発生した光子対を，ビームスプリッタ (BS) の両側の入力ポートに入射する．その際の，SPDC から BS へ至る光路 1 と 2 との間の光路差を ΔL_1 とする．BS の出力ポート 1' および 2' に配置した光子検出器で光子を検出し，それらの間の同時計数率を光路差 ΔL_1 の関数として測定すると， $\Delta L_1 = 0$ の付近で同時計数率がほぼ 0，すなわち (27) で示した結果となっていることがわかる．また， $\Delta L_1 = 0$ 付近における同時計数率の凹みの幅（半値全幅）は，光路差にして約 $40 \mu\text{m}$ ，時間差にして約 130fs である．前述したように，この幅は SPDC で生成された光子対の時間相関幅を表している [26, 28].

2.4 光子対による量子干渉 –光子のド・ブロイ波長の測定–

上述した Hong-Ou-Mandel 干渉系 (図 11) の後にさらにビームスプリッタを付加すると，図 13 のような Mach-Zehnder 型の干渉計が構成される．ここで BS1, BS2 とも 50%:50%ビームスプリッタである．この干渉計の入射ポート 1, 2 に，同じ周波数 ω の単一光子状態 $|1\rangle_1, |1\rangle_2$ を同時に入射する．すると，BS1 での Hong-Ou-Mandel 干渉の結果，Mach-Zehnder 干渉計の 2 つの腕のどちらかを 2 光子が共に通る状

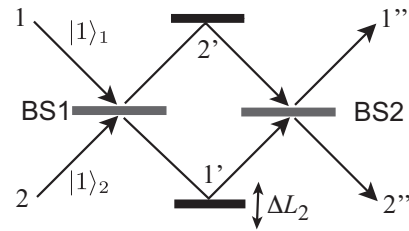


図 13: 光子対と Mach-Zehnder 干渉計による 2 光子量子干渉の実験系．

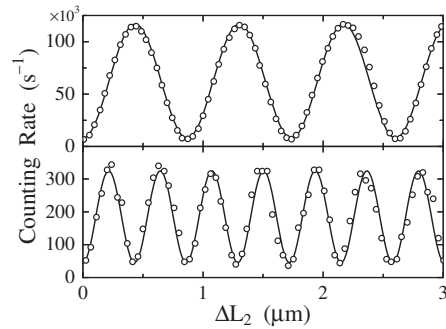


図 14: 2 光子量子干渉の実験例 [27]. 上段は，BS1 の入力 1 へ 1 光子，入力 2 へ真空状態を入力し，BS2 の出力ポート 2'' で 1 光子検出をした際の 1 光子干渉．下段は，BS1 の入力 1 および入力 2 へ各々 1 光子を入力し，BS2 の出力ポート 2'' で 2 光子検出をした際の 2 光子干渉．2 光子干渉の干渉縞の間隔は 1 光子干渉のそれに比べて 1/2 になる．

態 (26c)，あるいは全体の位相因子を省略した

$$|\Psi'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|2\rangle_{1'}|0\rangle_{2'} + |0\rangle_{1'}|2\rangle_{2'}) \quad (28)$$

が生成される． ΔL_2 を干渉計の両腕の間の光路差，それに伴う位相差を $\phi = 2\pi\Delta L_2/\lambda$ とすると，(26c) を求めたときと同様にして，BS2 を通過した後の状態として，

$$|\Psi''\rangle = \frac{1 - e^{2i\phi}}{2\sqrt{2}} (|2\rangle_{1'}|0\rangle_{2'} - |0\rangle_{1'}|2\rangle_{2'}) + \frac{i(1 + e^{2i\phi})}{2} |1\rangle_{1'}|1\rangle_{2'} \quad (29)$$

を得る．(29) から，出力ポート 1'' で n_1 光子，出力ポート 2'' で n_2 光子を検出する確率 $R(n_1, n_2)$ は

$$R(2, 0) = R(0, 2) = \frac{1}{4}(1 - \cos 2\phi), \quad (30)$$

$$R(1, 1) = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\phi) \quad (31)$$

となることがわかる。従って、この干渉計の出射ポートでの2光子検出による干渉縞は、あたかも両腕の間の位相差が 2ϕ であるかのような干渉を示す。換言すれば、この干渉計の中に生じる2光子状態(28)は、古典的波長 λ の半分の波長 $\lambda/2$ をもって干渉する。このことは、2光子状態の「ド・ブロイ(de Broglie)波長」⁶が古典的波長の $1/2$ になったものと解釈することもできる。

図14に、このような2光子量子干渉の測定例を示す[27]。1光子干渉(図14上段)の干渉縞の間隔は、用いた光(SPDC)の古典的波長(860 nm)と同じであるが、2光子干渉(図14下段)の干渉縞の間隔はそれらの $1/2$ (430 nm)となっており、(30)式に示す干渉が観測されることがわかる。

さらに進めて、 n 個の光子をひとまとめにして干渉・検出すれば、その干渉は λ/n の「ド・ブロイ波長」を示すことが期待される[29]。(28)の形の2光子状態を n 光子に拡張した状態

$$|\Psi'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|n\rangle_1|0\rangle_2 + |0\rangle_1|n\rangle_2) \quad (32)$$

は光子数に関する一種の量子もつれ状態であるが、その形からNOON状態とも呼ばれる。上述したように、2光子のNOON状態はHong-Ou-Mandel干渉を用いて決定論的に(確率1で)生成することができたが、3光子以上のNOON状態を決定論的に生成する方法は知られていない。それでも、光子が干渉計から出射された後に測定する状態を上手く選択することにより、確率的にはあるが、3光子[30]、4光子[31, 32, 33, 34]、5光子[35, 36]、あるいは6光子[37]状態の量子干渉を測定した例が報告されている。また、このような量子干渉性、特に短縮された波長を利用することによって、光の回折によって制限されている顕微鏡やリソグラフィの解像度を、古典的回折限界を超えて向上させ得る技術の提案[38]もなされており、今後の応用が期待されている。

2.5 光子対と単一光子(伝令付き光子)

1.2節では電子系のフェルミオン性を利用して直接単一光子を発生する方法について述べたが、実用上「単一」と見なせる光子状態は、光子対を利用して得

ることもできる。(23)式で表される状態において、アィドラ光子が検出されたことを条件としたとき、すなわちアィドラ光子を伝令としたときのシグナル光子の状態は、 $|0\rangle_1$ が除外され、単一光子状態 $|1\rangle_1$ となる。これを伝令付き光子(heralded photon)という。厳密には(18)のように二光子以上の状態も含まれるので完全な単一光子状態ではない。すなわち伝令付き光子では、単一量子状態から発生する単一光子の場合のように強度相関 $g^{(2)}(0)$ の値が原理的に0になるわけではない。実際、(18)における $n=0$ の項を除外した状態について、シグナル光子に対する $g^{(2)}(0)$ を求めると、

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{n}_1^2 \rangle - \langle \hat{n}_1 \rangle^2}{\langle \hat{n}_1 \rangle^2} = 2\zeta \quad (33)$$

となることがわかる。ここでは、 $\langle \dots \rangle$ は $n > 0$ についての期待値を表す。従って、励起強度が弱い($\zeta \ll 1$)のときには、 $g^{(2)}(0) \sim 0$ となって単一光子の場合と同じようなアンチバンチングを示すのである⁷。これが、伝令付き光子がしばしば単一光子とみなされる所以である。なお、伝令光子の検出を条件としない場合には、シグナル光子の状態(21)は熱放射状態であるから、励起強度にかかわらず $g^{(2)}(0) = 2$ となるバンチングを示すことになる⁸。このような伝令付き光子の強度相関は、SPDCによって発生した光子対を用いて実際に測定されている[39]。伝令付き光子はSPDCを用いて比較的簡便に発生させることができるため、量子暗号などの量子情報通信プロトコルにおいて、安全性や効率を高めるためにしばしば利用される。

3 量子もつれ光子

以下では、近年脚光を浴びている量子情報通信技術の基礎をなすリソースのひとつである、量子もつれ(entanglement)あるいはエンタングルメントの性質とその発生、検出方法について述べる。特に、光子の対に量子もつれを保持させた「量子もつれ光子対」は、光の持つ性質として外乱による影響(デコヒーレンス)を受けにくいことから、空間的に離れた場所へ量子もつれ状態を運ぶ媒体として最適であ

⁷励起強度が強い($\zeta \sim 1$)のときには、 $g^{(2)}(0) \sim 2$ となって、バンチングを示す。

⁸SPDCで発生する光子は比較的広い周波数幅をもつので、そのバンチングの時間幅は比較的狭い。

⁶質量をもつ系での通常のドブロイ波長と区別するため、「フォトリック・ド・ブロイ波長」と呼ぶ場合もある。

る。量子もつれは、量子テレポーテーションや量子中継などの量子情報通信プロトコルに必須であるほか、量子もつれを利用した超高精度計測を実現する技術も提案されるなど、様々な応用が考えられている。さらに、観測問題や非局所性など、量子力学の根本的問題を問いかける基礎的研究にも量子もつれ光子対が活躍する。

3.1 量子もつれの基礎

量子もつれとは、複数の粒子または状態間が量子力学的な相関をもつ場合に用いられる概念である。量子もつれ状態が現れる系としては、光子の偏光や電子のスピンのような2準位系すなわち量子ビットや、離散的な多準位系、さらにはアインシュタインらが提唱したEPRのパラドックス[40]に現れるような、位置および運動量、あるいは直交位相振幅のような連続量の系まで、様々なタイプが考えられる。また、量子もつれを共有する系の数も2に限らず、より大きな系における量子もつれ状態も存在するが、ここでは最も簡単な2量子ビット系(2個の二準位系)における量子もつれに限定して話を進める。後に述べるように、例えば相関光子対を構成する光子の偏光を用いてこのような量子もつれを生成・保持させることができる。

いま、ある離散的な二準位系における基底ベクトルを $|0\rangle$ および $|1\rangle$ とする⁹。量子ビットの状態ベクトルはそれらの重ね合わせ

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (34)$$

で表すことができる。 α および β は複素数で、 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ を満たす。重ね合わせ状態の例として、

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), \quad (35)$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \quad (36)$$

を挙げておく¹⁰。

次に、2つの量子ビットの状態を考えよう。一方(量子ビット1)の状態を $|a\rangle_1$ ($a = 0, 1$)、他方(量

子ビット2)の状態を $|b\rangle_2$ ($b = 0, 1$)と書くとき、2つの量子ビットの状態はそれらの直積

$$|a\rangle_1 \otimes |b\rangle_2 \equiv |ab\rangle \quad (37)$$

における互いに直交する4状態 $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ を基底として表すことができる。それらの一般的重ね合わせ状態は

$$|\Psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle \quad (38)$$

である。このうち、例えば片方の量子ビットが0のとき他方も0、片方が1のとき他方も1となるような相関を持ち、各々の現れる確率が1/2である重ね合わせ状態は

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \quad (39)$$

と書くことができる。ここで、(35)および(36)を用いて、(39)を $|+\rangle$ および $|-\rangle$ の基底で表すと

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|++\rangle + |--\rangle) \quad (40)$$

を得る。すなわち、(39)の状態に対して各々の量子ビットを $|+\rangle$ および $|-\rangle$ の基底で観測した際にも完全な相関が観測される。(39)のように、複数の系の状態間に量子的相関を有する状態を、量子もつれ状態(entangled state)という。量子もつれ状態では、量子ビットの特定の基底での観測値だけでなく、重ね合わせ状態を基底とした観測値についても相関を有することが特徴である。

(39)に代表されるように、2量子ビット系において、完全な量子もつれを有し、互いに直交する4つの状態

$$|\Phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle) \quad (41)$$

$$|\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle) \quad (42)$$

をベル状態(Bell states)またはベル基底(Bell bases)¹¹と呼ぶ。ベル状態で表されるような状態は、最も高い程度の量子もつれをもつ状態で、最大量子もつれ状態(maximally entangled state)と呼ばれる。

これに対し、量子ビットをあらかじめ $|00\rangle$ または $|11\rangle$ の状態に準備し、それらを1/2の確率でランダ

⁹光子の偏光の場合、例えば2つの直交する直線偏光状態 $|H\rangle, |V\rangle$ を基底にとる。

¹⁰光子の偏光の場合、これらは、 $\pm 45^\circ$ の直線偏光状態にあたる。

¹¹2量子ビット系の任意の状態ベクトルは、 $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ の代わりにベル基底の線形結合で書くこともできる。

ムに送り出した場合はどうだろうか？これは、コインの表裏の場合のような、古典的相関状態にあたる。このときの全系の状態は、 $|00\rangle$ と $|11\rangle$ の混合状態となり、(39) のような重ね合わせ状態で表すことはできない。この場合、各々の量子ビットを $|0\rangle$ と $|1\rangle$ の基底で観測した場合には両者の間に完全な相関があるが、 $|+\rangle$ と $|-\rangle$ の基底で観測すると、結果が $+$ になるか $-$ になるかは各々の量子ビットで全く独立な確率過程となり、それらの観測値の間に相関はなくなってしまう。これは、上述した量子もつれ状態とは大きく異なる点である。

このような状態をも含めた一般的な量子状態を表すためには、密度行列を用いる。例えば、系が状態ベクトル (39) で表される純粋状態にあれば、その密度行列 ρ は

$$\begin{aligned} \rho &= |\Phi^+\rangle\langle\Phi^+| \\ &= \frac{1}{2} (|00\rangle\langle 00| + |00\rangle\langle 11| + |11\rangle\langle 00| + |11\rangle\langle 11|) \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (43)$$

と表される。密度行列の対角要素は、系が各々の基底ベクトルの状態に見出される確率を表し、非対角要素の大きさは、それらの間のコヒーレンスを表している。(43) においては、対角要素と非対角要素の絶対値が等しく、系が最大のコヒーレンスを保っていることを示している。これに対し、上で例示したような $|00\rangle$ と $|11\rangle$ の 1:1 の混合状態の密度行列は

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2} (|00\rangle\langle 00| + |11\rangle\langle 11|) \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

となって、非対角要素が 0 になってしまう。すなわち、混合状態では系のコヒーレンスが失われている。このとき、系を $|++\rangle$ に見出す確率 $P(++)$ は

$$P(++)=\langle ++|\rho|++\rangle=\frac{1}{4} \quad (45)$$

と求められる。同様に、 $P(++)=P(--)=P(+-)=P(-+)=1/4$ となることがわかる。混合

状態では系のコヒーレンスが失われた結果、量子ビットを $|+\rangle$ および $|-\rangle$ の基底で観測した際には相関が観測されないのである。

次に、量子もつれ状態にある 2 量子ビットのうち、片方の量子ビットの状態について考えよう。一般に、ある部分系 (系 1) の密度行列 ρ_1 は、全体系の密度行列に対して、系 1 以外 (系 2) の部分について部分トレースを行うことで求められる。例えば、全体系がベル状態 $|\Phi^+\rangle$ であるときの密度行列は (43) で表されるから、

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \text{Tr}_{(2)} \rho \\ &= \langle 0| (|\Phi^+\rangle\langle\Phi^+|) |0\rangle_2 + \langle 1| (|\Phi^+\rangle\langle\Phi^+|) |1\rangle_2 \\ &= \frac{1}{2} (|0\rangle\langle 0|_1 + |1\rangle\langle 1|_1) \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (46)$$

となって、量子ビット 1 の状態は $|0\rangle$ と $|1\rangle$ の完全混合状態となることがわかる。量子ビット 2 についても同様である。このように、2 量子ビット系が最大量子もつれ状態にあるとき、各々の量子ビットの状態は完全混合状態となることがわかる。最大量子もつれ状態は 2 状態間にコヒーレンスを有する純粋状態であるが、そのコヒーレンスは 2 つの量子ビットで共有されており、個々の量子ビットの状態はコヒーレンスをもたない完全混合状態となるのである。

3.2 量子もつれ光子対の発生

今日、我々は量子もつれを有する光子を様々な方法で発生させることができるようになった。ここでは、それらの中でも最も基本的な、偏光に関する量子もつれ光子対の発生方法について述べる。以下では、光子の偏光状態を表す記号として、 $|H\rangle$, $|V\rangle$, $|L\rangle$, $|R\rangle$ 等を用いる。ここで、 $|H\rangle$ および $|V\rangle$ は各々水平および垂直の直線偏光状態、 $|L\rangle$ および $|R\rangle$ は各々左回りおよび右回りの円偏光状態を表す。また、光子 1 および光子 2 からなる 2 光子の偏光状態を $|H\rangle_1 \otimes |V\rangle_2 \equiv |H\rangle_1 |V\rangle_2 \equiv |HV\rangle$ などと表す。

原子からのカスケード光放出

人類が初めて量子もつれの存在を確認するに至ったのは、1980 年代のことである。それは、Ca 原子か

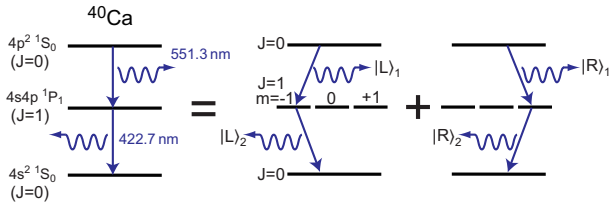


図 15: Ca 原子のカスケード遷移による量子もつれ光子対放出の概念図。

らカスケード放出される光子対を用いて実現された [41, 42]. 図 15 に示すように, 励起された ^{40}Ca 原子の 3 単位間のカスケード遷移 ($4p^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1 \rightarrow 4s^2\ ^1S_0$) に関わる角運動量変化 ($J = 0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$) を反映して, 放出される 2 光子の間に偏光に関する量子もつれが生じる¹². このとき, 互いに逆方向に放出される光子対を検出すると, それらの偏光状態は

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|LL\rangle + |RR\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle - |VV\rangle) \end{aligned} \quad (47)$$

すなわちベル状態となる. Aspect らはこの光源を用いて 2 光子の偏光相関の測定を行い, ベルの不等式 (CHSH 不等式)¹³が明らかに破れていることを初めて示したのである [42]. この方法を用いた量子もつれ光子の発生はパイオニア的なものではあったが, その効率や波長可変性の問題で今日ではあまり一般的には用いられなくなった.

パラメトリック下方変換

今日, 量子もつれ光子対の発生方法として最も頻繁に用いられる方法は, 2.2 節で述べた自発パラメトリック下方変換 (SPDC) である. この過程では, 2 次の非線形感受率 ($\chi^{(2)}$) を有する非線形光学結晶によって, 入射光子 1 個が 2 個の光子に変換される. このとき, エネルギーや波数ベクトルの保存 (位相整合条件) が要請されることによって, 発生した光子の間に偏光, エネルギー, 時間, および空間的な相関が

¹²双極子遷移による光子放出過程では, 遷移に関わる電子の軌道角運動量の変化と光子の偏光とが対応する.

¹³局所的実在性と呼ばれる仮定をしたとき, 離れた地点にある 2 つの系に対して, 非可換な物理量の測定値の間の相関が満たすべき不等式. J.S. Bell によって提唱された. 電子スピンや光子の偏光などの量子ビット系に対して適用されるベルの不等式の一形式が CHSH 不等式である. 量子論に従って量子もつれが存在するとき, これらの不等式は破れることが知られている.

生じる. 特に偏光に関しては, 放出される 2 光子の偏光が平行となる場合 (type-I の位相整合), および 2 光子の偏光が互いに垂直となる場合 (type-II の位相整合) が存在し, それらをうまく用いることによって偏光に関する量子もつれを作り出すことが可能である. 例えば, type-I の位相整合を用いて, $|HH\rangle$ の偏光をもつ光子対を生成する過程と $|VV\rangle$ の偏光をもつ光子対を生成する過程とを何らかの方法でコヒーレントに重ね合わせると,

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + e^{i\theta}|VV\rangle) \quad (48)$$

のような量子もつれ状態を生成することができる. ここで θ は, 各々の過程で生成された状態間の位相差である. 同様に, type-II の位相整合を用いて,

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV\rangle + e^{i\theta}|VH\rangle) \quad (49)$$

を生成することもできる. これらの方法で重要なことは, (48) または (49) の第 1 項と第 2 項の状態の間には, 偏光以外 (例えば波長や時間, 光路など) には違いがない (見分けがつかない) ようにすることである. さもなければ, 2 つの状態の間のコヒーレンスが失われ, 生成される状態は重ね合わせ状態ではなく統計的混合状態になってしまうからである. 以下では, SPDC を用いた偏光に関する量子もつれの生成に関して, いくつかの具体的方法について紹介する.

まず, SPDC によって生成された光子対を利用して偏光の量子もつれを最初に作り出した実験 [43, 44] を紹介する. 図 16 のように, Type-I 位相整合により, 同じ波長で水平 ($|H\rangle$) 偏光をもつ光子対を発生し, 一方の光子の光路を 1, 他方の光路を 2 とする. そして, 光路 2 の光子を, 半波長板 (HWP) を通して垂直 ($|V\rangle$) 偏光にする. すなわち, 同じ波長の $|H\rangle$ 偏光と $|V\rangle$ 偏光の 2 光子状態 $|H\rangle_1|V\rangle_2$ を生成する¹⁴. そして, 各々の光子を, ビームスプリッタ (BS) の 2 つの入射ポートから光路が重なるように入射する. この配置は, 2.3 節で述べた Hong-Ou-Mandel 干渉と同様であるが, 光の状態として偏光の自由度も考慮した取り扱いが必要である. BS への入射光の状態を, 偏光と光路の自由度を考慮した表現で書き直すと

$$|\Psi\rangle = |H\rangle_1|V\rangle_2 = |10\rangle_1|01\rangle_2 = \hat{a}_{1H}^\dagger \hat{a}_{2V}^\dagger |0\rangle \quad (50)$$

¹⁴原理的には, 同じ波長 (スペクトル) をもつ光子対であれば, type-II の位相整合を用いて $|H\rangle$ 偏光と $|V\rangle$ 偏光の 2 光子を直接生成しても良い.

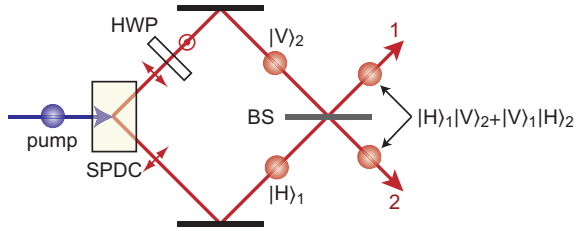


図 16: パラメトリック下方変換とビームスプリッタを用いた量子もつれ光子対の生成. Type-I 位相整合により, 同じ波長で水平 ($|H\rangle$) 偏光をもつ光子対が発生する. その一方を半波長板 (HWP) を通して垂直 ($|V\rangle$) 偏光にする. 各々の光子を, ビームスプリッタ (BS) の 2 つの入射ポートから, 光路が重なるように入射する. 2 光子が BS を共に透過するか共に反射するとき, 光子は BS の 2 つの出射ポートの各々に 1 光子ずつ出射され, その偏光状態は量子もつれ状態になる.

と表すことができる. ここで, $|n_H n_V\rangle_i$ は, 光路 $i (=1, 2)$ において, H 偏光の光子が n_H 個, V 偏光の光子が n_V 個の個数状態を表し, $|0\rangle \equiv |00\rangle_{1|00}\rangle_2$ は真空状態である. BS による演算子の変換式を用いて, (50) を BS の出力側の状態に変換すると,

$$\begin{aligned} |\Psi'\rangle &= \frac{e^{i\gamma}}{2} \left(\hat{a}_{1'H}^\dagger - i\hat{a}_{2'H}^\dagger \right) \left(i\hat{a}_{1'V}^\dagger + \hat{a}_{2'V}^\dagger \right) |0\rangle \\ &= \frac{e^{i\gamma}}{2} \left(\hat{a}_{1'H}^\dagger \hat{a}_{2'V}^\dagger + \hat{a}_{1'V}^\dagger \hat{a}_{2'H}^\dagger \right. \\ &\quad \left. + i\hat{a}_{1'H}^\dagger \hat{a}_{1'V}^\dagger - i\hat{a}_{2'H}^\dagger \hat{a}_{2'V}^\dagger \right) |0\rangle \\ &= \frac{e^{i\gamma}}{2} \left(|10\rangle_{1'} |01\rangle_{2'} + |01\rangle_{1'} |10\rangle_{2'} \right. \\ &\quad \left. + i|11\rangle_{1'} |00\rangle_{2'} - i|00\rangle_{1'} |11\rangle_{2'} \right) \end{aligned} \quad (51)$$

となることがわかる. (51) の最初の 2 項は光路 A と光路 B に 1 光子ずつ存在する状態, 最後の 2 項は同じ光路に 2 光子が存在する状態である. 光子を観測する際に, 光路 1 と光路 2 の各々に 1 光子ずつ検出された場合のみを選択するものとすれば¹⁵, そのと

¹⁵(51) の状態について, 光路 1 と光路 2 の各々に 1 光子ずつ検出する確率は 1/2 である. このように, 確率的に現れる事象のうち特定の場合のみを選択することを事後選択 (post-selection) という.

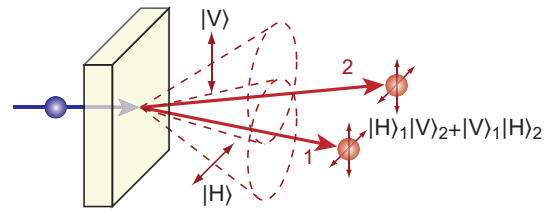


図 17: Type-II 位相整合パラメトリック下方変換を用いた量子もつれ光子対の生成. Type-II 位相整合により, 水平 ($|H\rangle$) および垂直 ($|V\rangle$) 偏光をもつ光子が各々円錐の斜面に沿った方向に発生する. 二つの円錐が交差する 2 方向に放出される光子対は, 偏光に関する量子もつれ状態となる.

きの出力状態は,

$$\begin{aligned} |\Psi'\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|10\rangle_{1'} |01\rangle_{2'} + |01\rangle_{1'} |10\rangle_{2'} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|H\rangle_{1'} |V\rangle_{2'} + |V\rangle_{1'} |H\rangle_{2'} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|HV\rangle + |VH\rangle \right) = |\Psi^+\rangle \end{aligned} \quad (52)$$

となる. ここで, (51) の全体にかかる位相因子は除外し, 選択した状態のみで規格化した. (52) は, ベル状態 $|\Psi^+\rangle$ すなわち量子もつれ状態である¹⁶. この方法では, SPDC で生成された状態に対して, ビームスプリッタと事後選択を用いた操作を施し, 所望の 2 状態 ($|HV\rangle$ と $|VH\rangle$) の重ね合わせ状態を作り出したことになる.

次に, 図 17 に示すように, type-II の位相整合を用いた方法を紹介します. 位相整合条件により, これらの光子は 2 つの円錐の斜面に沿った方向に発生するが, 2 つの円錐が交差する 2 方向に放出される光子対の偏光状態は $|HV\rangle$ と $|VH\rangle$ が等しい振幅で重ね合わされた状態

$$|\psi\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|HV\rangle + e^{i\theta} |VH\rangle \right) \quad (53)$$

すなわち量子もつれ状態となる. ここで, 位相 θ は例えば片方のパスに複屈折位相板を置いて制御することができる. この方式の光源は, 原子からのカスケード放出光に比べて桁違いに高効率で, 程なくして世界初の量子テレポーテーションの実験 (3.5 節参

¹⁶光路 1 と光路 2 とで右手系と左手系が反転する座標を採用した場合には, 出力状態は $|\Psi^-\rangle$ と表される (座標系の違いに伴って表現が変換されるだけで物理的実体が異なるわけではない).

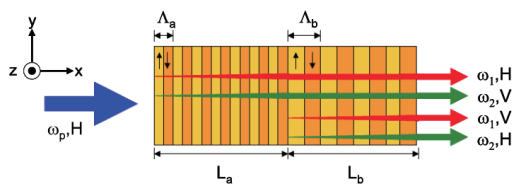


図 18: 2 周期直列疑似位相整合パラメトリック下方変換を用いた量子もつれ光子対の生成 [47].

照)に用いられるなど、画期的なものであった。その後、2 枚の type-I 位相整合の結晶を組み合わせたさらに高効率な方法 [45]、干渉計の中に下方変換結晶を入れる方法 [46] など考案されている。

さらに近年では、疑似位相整合と呼ばれる新しい技術を用いた量子もつれ光子対の生成方法も研究されている。疑似位相整合とは、光学非線形結晶における非線形感受率 $\chi^{(2)}$ に対して周期的な変調を施すことで、位相整合条件を制御する技術である¹⁷。その一例として、2 種類の疑似位相整合素子を用いる方法を図 18 に示す [47]。この方法では、1 つの非線形光学結晶 (ニオブ酸リチウム: LiNbO₃) 中で 2 種類の異なる分極反転周期 (非線形感受率の変調周期) をもつ領域 (A と B) が直列に接続された疑似位相整合素子を用いる。この素子では、type-II の位相整合により、互いに垂直な偏光をもつ光子対が生成されるが、疑似位相整合条件の違いにより、領域 A と領域 B とでは偏光方向と振動数の関係が入れ替わった光子対が発生するよう設計されている。このとき、領域 A においては、振動数 ω_1 で |H> 偏光の光子が、振動数 ω_2 で |V> 偏光の光子が発生する。この光子対の状態を、 $|H\rangle_{\omega_1}|V\rangle_{\omega_2}$ と書くことにする。同様に、領域 B においては $|V\rangle_{\omega_1}|H\rangle_{\omega_2}$ の光子対が発生する。これらの領域が直列に接続されているので、光子対は領域 A か領域 B かのいずれかで発生した状態の重ね合わせとなり、

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_{\omega_1}|V\rangle_{\omega_2} + e^{i\theta}|V\rangle_{\omega_1}|H\rangle_{\omega_2}) \quad (54)$$

と書くことができる。回折格子、プリズム、またはダイクロイックミラー¹⁸ によって光子をその振動数 (ω_1 または ω_2) に従って 2 つの光路に分ければ、その状態は偏光に関する量子もつれ状態 (49) となるこ

¹⁷非線形感受率を変調する方法はいくつか提案されているが、強誘電体に対して周期的な分極反転を施すことが主流の方法となっている。

¹⁸周波数 (波長) に応じて光を透過または反射する光学素子。

とがわかる。ここで重要な点は、(54) の第 1 項と第 2 項との間で偏光以外には違いがないようにすることである¹⁹。この方法は、ポンプ光と発生する光子対の伝搬方向が全て等しい同軸構造となっていることが特長であり、素子構造を光導波路とすることで、量子もつれ光子対の生成効率を飛躍的に高めることが可能である。

以上紹介した例のように、パラメトリック下方変換を用いると良質な量子もつれ光子対を比較的簡単に発生させることができるため、現在では量子情報通信に関連した様々な原理検証実験に広く用いられている。最近では、光導波路や疑似位相整合を用いた高効率な非線形光学素子も入手でき、その応用範囲がさらに広がっている。

3 次の非線形過程を用いた方法

SPDC が 2 次の非線形性を用いた波長変換過程であったのに対し、3 次の非線形性を用いた 4 光波パラメトリック過程によって 2 個の入射光子から 2 個の出力光子に変換する過程も考えられる。一般に 3 次の非線形感受率 ($\chi^{(3)}$) の値は小さく、実用的ではないが、うまく分散を制御したファイバ中では、コア径程度の狭い空間内に光が強く閉じこめられることと非常に長い相互作用長とが相まって、3 次の非線形過程が効率的に起こる。また、量子もつれ光子の光子エネルギーが励起光と同程度となるのも特長である。さらに、多くのファイバ用光学部品が利用できる通信波長帯での量子もつれ光子発生に有利であり、量子暗号などの量子情報通信技術と相性が良い。この方法を用いて、通信波長帯での偏光量子もつれ光子対の発生 [48] が報告されている。最近では、Si 細線導波路構造を用いたさらに高効率な量子もつれ光子発生も報告されている。

半導体を用いた方法

上述した方法はいずれも、光励起によって量子もつれ光子対を発生させるものであった。これらの方

¹⁹素子の温度を調整することで、発生する光子の振動数 (ω_1 と ω_2 の各々) を第 1 項と第 2 項とで一致させることができる。また、非線形結晶の複屈折性と領域 A および領域 B で発生した光子対の結晶の通過距離の違いに由来して第 1 項と第 2 項との間に識別性が生じるが、その補償も可能である [47]。

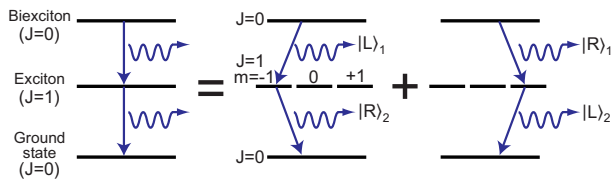


図 19: 励起子分子を用いた量子もつれ光子対の生成.

法に対し、電流励起も可能となる半導体を用いた光源の開発も進んでいる。

半導体において単一光子の放出を担うのは、電子と正孔とがクーロン力で結合した励起子 (exciton) と呼ばれる状態であるが、励起子が 2 個 (すなわち 2 組の電子・正孔対が) 結合した励起子分子を用いると、前述した原子カスケード放出とほぼ同じ原理を用いて偏光に関する量子もつれ光子対が生成できる [49]. 図 19 に示すように、この過程では電子状態の角運動量が励起子分子 ($J = 0$) から中間状態である励起子 ($J = 1$) を経て終状態である基底状態 ($J = 0$) へと変化する. 従って、その角運動量変化 ($J = 0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$) を反映して、同じ方向へ放出される 2 光子の偏光状態は

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|LR\rangle + |RL\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + |VV\rangle) \end{aligned} \quad (55)$$

となる²⁰. しかも、半導体量子ドット中の励起子分子を用いることで、「単一の」量子もつれ光子対を生成することもできる. しかし、通常の方法で作製される量子ドットではその形状に異方性が生じ、H 偏光と V 偏光とで放出光子のエネルギーがわずかに異なってしまうために、 $|HH\rangle$ と $|VV\rangle$ との間のコヒーレンスが失われ、両者の混合状態 (44) になってしまう問題点が知られていた [50]. 最近、形状異方性を小さくした量子ドットに横磁場を印加して H, V 成分のスペクトルを一致させる方法 [51] や、分裂したスペクトルの中間の光子エネルギー領域のみを選択して観測する方法 [52] 等によって、量子もつれを観測した例が報告されている. そして最近、電流励起による量子もつれ光子発生への報告がなされた [53]. 動作温度等の点でまだ問題が残っているが、近い将来、量子もつれ光子対を発生する LED が実用化されるか

²⁰(47) 式と円偏光相関の組み合わせが違うのは、(47) 式では逆方向に放出される光子対を、(55) 式では同方向に放出される光子対を考えているからである.

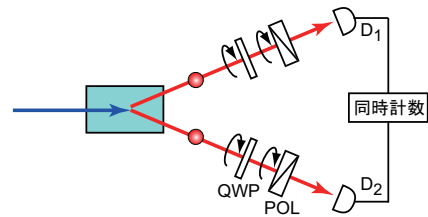


図 20: 偏光に関する量子もつれの測定装置の模式図. 発生した光子対の各々に対して 1/4 波長板 (QWP) と検光子 (POL) を用いて偏光射影測定を行い、二つの検出器 (D_1, D_2) が同時に光子を検出する頻度を測定する.

もしれない.

また、量子ドットを用いる以外に、バルク結晶中の励起子分子を用いた量子もつれ光子の発生も可能である [54, 55]. その際、2 個の入射光子を用いて励起子分子を直接 2 光子励起することによって、高い効率での光子対の発生が可能である. この過程で生成される光子対も、励起子分子の角運動量を反映して (55) 式で表される量子もつれ状態となる. この過程は励起子分子共鳴ハイパーパラメトリック散乱と呼ばれ、 $\chi^{(3)}$ を用いた 2 光子から 2 光子への変換という点では上述したファイバ中での 4 光波パラメトリック過程と類似するが、生成原理から自然に偏光の量子もつれが得られることと、励起子や励起子分子といった電子励起状態との共鳴を利用することによって非常に高い効率で変換が起こるのが特長である.

3.3 量子もつれの観測

このようにして発生した光子対の量子もつれを観測、評価するためには、着目している物理量を 2 光子について同時に計測し、その相関を解析する必要がある. 例えば、偏光に関する量子もつれの観測では、図 20 のように各々の光子に関して 1/4 波長板と検光子からなる偏光射影フィルタを用いて任意の直線偏光あるいは円偏光状態への射影測定を行い、偏光の組み合わせごとに、二つの検出器が同時に光子を検出する頻度を測定する.

例として、上述した励起子分子共鳴ハイパーパラメトリック散乱によって生じた光子対について偏光相関を観測した結果を図 21 に示す [55]. 図 21 のヒストグラムにおいて、2 光子の時間差 (τ) が 0 の付近

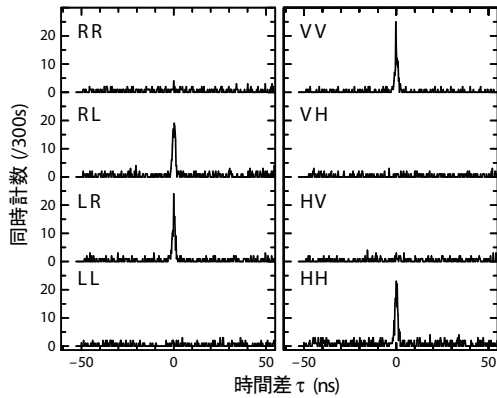


図 21: CuCl 結晶を用いた励起子分子共鳴ハイパーパラメトリック散乱によって発生した光子対の偏光相関の測定例。横軸は 2 光子の時間差, 縦軸は 2 光子を検出した計数である。図中の LR, HV 等の記号は, 初めの文字が一方の光子の偏光状態, 2 番目の文字が他方の光子の偏光状態であり, L(R) が左 (右) 回り円偏光, H(V) が水平 (垂直) 方向の直線偏光を表す。

に強く表れる信号が, 相関をもつ光子対の同時検出の結果である。従って, この信号の偏光相関に注目することで, 発生した光子対の偏光に関する量子相関を議論することができる。一方, $\tau \neq 0$ に現れるノイズは, 励起レーザーの別々のパルス (パルス間隔 1 ns) によって発生した独立な光子が偶然に同時検出された結果であり, 偏光の相関をもたない。これらのヒストグラムから明らかなように, 互いに逆回りの円偏光 (LR, RL) あるいは互いに平行な直線偏光 (HH, VV) の組み合わせのときのみ同時検出信号が強く現れ, 光子対の状態が (55) 式から予想される偏光相関を明瞭に示していることがわかる。また, この測定に用いた光子対の偏光相関がベルの不等式を破ることも確認されている [55]。

3.4 量子もつれの評価

量子もつれを定量的に評価するためには, 2 光子の偏光状態に関する密度行列を求める必要がある。予想される量子もつれ状態 (55) の密度行列は, $|HH\rangle$,

$|HV\rangle, |VH\rangle, |VV\rangle$ の基底を用いて

$$\rho = |\Psi\rangle\langle\Psi| = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (56)$$

と表される。密度行列を解析することにより, 量子もつれの程度とそれを乱している原因の見当をつけることができる。密度行列 ρ で表される状態が理想的な量子もつれ状態 $|\psi\rangle$ にどれだけ近いかを表す量としては, 忠実度 (fidelity: F)

$$F = \langle\Psi|\rho|\Psi\rangle \quad (57)$$

が用いられる。 F は 0 から 1 の値をとり, 理想的状態では $F = 1$ となる。また, 古典的には最大の相関をもつ混合状態 (44) の, 量子もつれ状態 (56) に対する忠実度は $F = 0.5$ であり, これが古典的状态における忠実度の上限である。

2 光子の偏光に関する密度行列を実験的に求めるには, さまざまな偏光の組み合わせで偏光相関の測定を行い, 量子状態トモグラフィと呼ばれる手法で密度行列を推定する [56]。いま, 2 量子ビット系の基底の数 (ヒルベルト空間の次元) は $2 \times 2 = 4$ であり, 密度行列を推定するために最低限必要な偏光の組み合わせ測定数は $4^2 = 16$ である。計算上は, 16 通りの測定値の組み合わせから線形演算により密度行列を推定することはできるが, 通常は, 信頼できる結果を得るために, 16 通り以上の実験値から最尤推定法によって密度行列を求める [56]。

図 22 は, 前述した励起子分子共鳴ハイパーパラメトリック散乱によって生じた光子対について, 図 21 と同様にして測定した 22 通りの偏光相関の測定結果から, 量子状態トモグラフィによって求めた密度行列をヒストグラムで表したものである。ここで, 密度行列の対角要素は, 図 21 における直線偏光での偏光相関 (HH, HV, VH, VV) の値を直接反映している。図から, 対角要素 $|HH\rangle\langle HH|$ および $|VV\rangle\langle VV|$ と非対角要素 $|HH\rangle\langle VV|$ および $|VV\rangle\langle HH|$ の値がほぼ $1/2$ となり, 予想される状態 (56) にごく近い状態が実現されていることがわかる。ただし, 実験的条件により, H 偏光と V 偏光の強度にわずかな違いが生じ, $|HH\rangle\langle HH|$ と $|VV\rangle\langle VV|$ のバランスが悪いこと, また, 偏光相関を有しない偶然の同時計数の影響で, $|HV\rangle\langle HV|$ と $|VH\rangle\langle VH|$ の成分が若干現れるこ

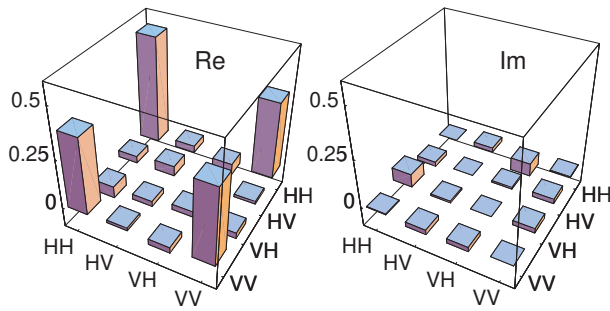


図 22: CuCl 結晶を用いた励起子分子共鳴ハイパーパラメトリック散乱によって発生した光子対の 2 光子偏光状態の密度行列. 図 21 の結果に加え, 円偏光 (L,R) および直線偏光 (H,V, および $\pm 45^\circ$) のさまざまな組み合わせによる偏光相関の測定から最尤推定量子状態トモグラフィによって導出し, その実部 (左) および虚部 (右) を各々ヒストグラムで表示した.

となど, 理想的状態からの違いも見られる. このようにして実験的に得た密度行列の, 理想的状態 (55) あるいは (56) に対する忠実度 (57) を評価した結果²¹, $F = 0.85$ という値が得られた. 上述したように, 古典的には量子もつれの忠実度は 0.5 を超えることはないので, この結果は, 観測された光子対が古典限界を超えた量子もつれを有することを示している.

密度行列は量子状態の情報を全て含んでいる量ではあるが, 要素の数が多く, 量子もつれの程度を一義的に定量評価する指標としては使いにくい. そのため, 量子もつれの定量評価のための指標として, さまざまな量が考案されている. 例えば, ベルの不等式などもそのひとつである. また, ebit(E), concurrence (C), tangle ($T = C^2$) 等の量も良く用いられる. 一般に, E を密度行列から直接求めるのは困難であるが, 2 量子ビット系の場合, C または T は密度行列から比較的簡単に求めることができ, それらから E を求めることができる [57]. 例えば, 図 22 の密度行列から求められる E の値は 0.65 である²². 古典相関のみの状態 (44) では $E = 0$ となることに注意すれば, 図 22 の密度行列で表される状態が, 完全ではないにせよ高い程度の量子もつれを有していることが

²¹密度行列 ρ は基底 $|HH\rangle, |HV\rangle, |VH\rangle, |VV\rangle$ を用いて表わされているので, 同じ基底での ψ のベクトル表現 $(1, 0, 0, 1)/\sqrt{2}$ で ρ を挟んだ内積を計算する.

²²簡単に言えば, この状態を 100 対集めるとそれらから 65 対の最大量子もつれ状態を作ることができることになる.

理解できよう.

3.5 ベル状態測定と量子テレポーテーション

前述したように, 2 量子ビット系の任意の状態ベクトルは, ベル基底 (41), (42) の線形結合で表すことができる. すなわち (38) を

$$|\Psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle \\ = c_1|\Phi^+\rangle + c_2|\Phi^-\rangle + c_3|\Psi^+\rangle + c_4|\Psi^-\rangle \quad (58)$$

と書き換えることができる. ここで, $c_1 = (\alpha + \delta)/\sqrt{2}$, $c_2 = (\alpha - \delta)/\sqrt{2}$, $c_3 = (\beta + \gamma)/\sqrt{2}$, $c_4 = (\beta - \gamma)/\sqrt{2}$ である.

ベル状態測定 (Bell state measurement: BSM) とは, 2 量子ビット系の状態を 4 種のベル基底のどれかに射影する測定である. 例えば, (58) の状態 $|\Psi\rangle$ がベル基底 $|\Phi^+\rangle$ に射影 (測定) される確率は, $|\langle\Phi^+|\Psi\rangle|^2 = |c_1|^2$ である. 同様に, 他のベル状態に射影される確率は各々 $|c_2|^2, |c_3|^2, |c_4|^2$ であり, それらを全て合わせると $|c_1|^2 + |c_2|^2 + |c_3|^2 + |c_4|^2 = 1$ である. すなわち, ベル状態測定においては, 任意の状態がベル状態のどれかひとつに射影されて観測される. ベル状態測定とは測定対象の量子もつれの程度を評価するものではない. しかし, ベル状態測定の結果を利用することで, 量子情報通信における重要なプロトコル, 例えば以下で述べる量子テレポーテーションを実現することができる.

量子テレポーテーションとは, 量子もつれを利用することで, ある対象の量子状態を別の対象に移す (転送する) 技術である. 通常, 量子状態の特定には, 1 つの物理量だけではなく, 例えば位置と運動量といった, 互いに非可換な複数の物理量に関する情報が必要である. しかし, 一般に, これらの非可換な物理量を同時に正確に求めることはできない (不確定性原理). 従って, 単一光子のようにひとつしかない対象の量子状態を測定によって正確に特定することはできず, その測定結果を使って量子状態を他の対象へ正確に転送することもまた不可能である. しかし, 量子もつれとベル状態測定を利用することで, 量子状態を (原理的には) 正確に転送する操作が可能となる. この技術を量子テレポーテーションという [58]²³.

²³SF のような名前であるが, 物質を移動させるわけではなく,

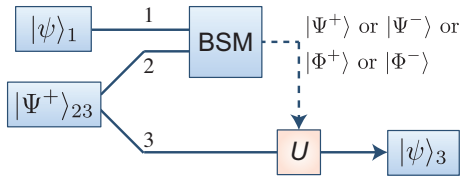


図 23: 量子テレポーテーションの概念図。量子ビット 2 および 3 の間の量子もつれ $|\Psi^+\rangle_{23}$ を利用して、量子ビット 1 の状態 $|\psi\rangle_1$ を量子ビット 3 に転送する。量子ビット 1 と 2 との間のベル状態測定 (BSM) の結果に応じて、量子ビット 3 に対してユニタリ変換 U を施すことにより、量子ビット 3 の状態は $|\psi\rangle_3$ となる。

図 23 に示すように、転送の対象が量子ビットの場合を考える。転送したい量子ビット 1 の状態が

$$|\psi\rangle_1 = \alpha|0\rangle_1 + \beta|1\rangle_1 \quad (59)$$

にあり、量子ビット 2 および 3 がベル状態

$$|\Psi^+\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_2|1\rangle_3 + |1\rangle_2|0\rangle_3) \quad (60)$$

にあったとしよう。このとき、全系の状態 $|\Psi\rangle_{123}$ は

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_{123} &= |\psi\rangle_1 \otimes |\Psi^+\rangle_{23} \\ &= \frac{\alpha}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|0\rangle_2|1\rangle_3 + |0\rangle_1|1\rangle_2|0\rangle_3) \\ &\quad + \frac{\beta}{\sqrt{2}}(|1\rangle_1|0\rangle_2|1\rangle_3 + |1\rangle_1|1\rangle_2|0\rangle_3) \end{aligned} \quad (61)$$

となる。ここで、量子ビット 1 と 2 の状態を、(58) を用いてベル基底に書き換えると、

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_{123} &= \frac{1}{2} \{ |\Psi^+\rangle_{12} (\alpha|0\rangle_3 + \beta|1\rangle_3) \\ &\quad + |\Psi^-\rangle_{12} (\alpha|0\rangle_3 - \beta|1\rangle_3) \\ &\quad + |\Phi^+\rangle_{12} (\beta|0\rangle_3 + \alpha|1\rangle_3) \\ &\quad + |\Phi^-\rangle_{12} (-\beta|0\rangle_3 + \alpha|1\rangle_3) \} \end{aligned} \quad (62)$$

となる。従って、1 と 2 との間でベル状態測定を行い、その結果が 4 種のベル基底の何れであったかに

量子状態をある対象から別の対象へ移す技術であることに注意せよ。また、ベル状態測定の結果を別の対象のところまで古典通信で送る必要があるため、その通信距離に応じた時間も必要である。

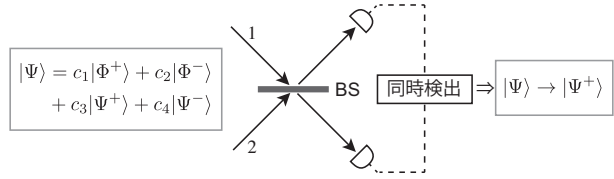


図 24: 2 光子干渉によるベル状態測定概念図。

よって²⁴、量子ビット 3 の状態は

$$\begin{aligned} |\Psi^+\rangle_{12} &\rightarrow \alpha|0\rangle_3 + \beta|1\rangle_3 = |\psi\rangle_3, \\ |\Psi^-\rangle_{12} &\rightarrow \alpha|0\rangle_3 - \beta|1\rangle_3 = \sigma_1|\psi\rangle_3, \\ |\Phi^+\rangle_{12} &\rightarrow \beta|0\rangle_3 + \alpha|1\rangle_3 = \sigma_2|\psi\rangle_3, \\ |\Phi^-\rangle_{12} &\rightarrow -\beta|0\rangle_3 + \alpha|1\rangle_3 = \sigma_2\sigma_1|\psi\rangle_3 \end{aligned} \quad (63)$$

に定まる。ここで、 σ_i はパウリ行列 (演算子) である。特に、ベル状態測定の結果が $|\Psi^+\rangle_{12}$ であった場合には、量子ビット 3 の状態は $|\psi\rangle_3$ であり、量子ビット 1 の初期状態 $|\psi\rangle_1$ と等価となる。すなわち、量子ビット 1 の状態が量子ビット 3 に転送されることがわかる²⁵。ベル測定の結果が他の状態であった場合にも、量子ビット 3 の状態は $|\psi\rangle_3$ に適当なユニタリ変換を施したものであるから、その逆変換を施すことによって、量子ビット 1 の状態を再現できることになる。これが量子ビットのテレポーテーションである²⁶。

3.6 偏光量子ビットのベル状態測定と量子テレポーテーション

以下では、単一光子の偏光量子ビットに対するベル状態測定と量子テレポーテーションについて述べる。その要であるベル状態測定であるが、残念ながら線形光学素子を用いた操作では、4 種のベル基底すべてに決定論的に射影できるベル状態測定 (完全ベル状態測定) は不可能であることが知られている。しかし、そのうちの 1 つ (例えば $|\Psi^+\rangle$) に射影する測定 (部分的ベル状態測定) は、以下のようにして実現できる。

²⁴このとき、4 種のベル状態のうち特定の 1 つが測定される確率は、何れも 1/4 である。

²⁵ベル状態測定の後、量子ビット 1, 2 の状態はベル状態すなわち最大量子もつれ状態となるのであるから、量子ビット 1 単独の状態は完全混合状態となる。すなわち、ベル状態測定によって量子ビット 1 の状態は破壊される。

²⁶ここでは、あらかじめ用意する量子もつれ状態として $|\Psi^+\rangle$ を用いたが、他のベル状態を用いても同様のことができる。

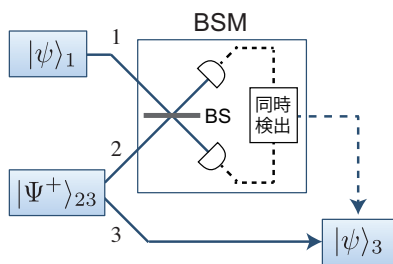


図 25: 光子の偏光量子ビットの量子テレポーテーション.

図 24 のように、50%:50%無偏光ビームスプリッタの 2 つの入射ポートに、同一周波数 ω の光子対を同時に入射し、反射と透過の光路が重なるように干渉させる。この配置は、2.3 節で述べた Hong-Ou-Mandel 干渉や、図 16 に示した偏光量子もつれ状態の生成方法と同じである。入射光子の偏光状態として 4 種のベル基底を考え、(51) と同様にして出力光の状態を調べると、 $|\Phi^+\rangle$ 、 $|\Phi^-\rangle$ および $|\Psi^-\rangle$ のときには 2 光子はどちらかの出力ポートへ一緒に出射し、 $|\Psi^+\rangle$ のときには 1 光子ずつ 2 つの出力ポートに分かれて出射することがわかる。すなわち、入射光の偏光状態を構成する 4 つのベル基底のうち 2 光子が 2 つの出力光路に分かれて出射するのは、入射光が $|\Psi^+\rangle$ の場合のみである。従って、2 つの出力光路に置いた 2 台の光子検出器で光子を同時検出する測定は、入射光子の状態 $|\Psi^+\rangle$ に対する射影測定となることがわかる²⁷。すなわち、この測定は、4 つのベル状態を全て識別する完全ベル状態測定ではないが、入力状態をベル状態のうち 1 つの状態 $|\Psi^+\rangle$ に射影する部分的ベル状態測定となるのである。

図 25 に、光子の偏光量子ビットの量子テレポーテーションの概念図を示す。ベル状態 $|\Psi^+\rangle_{23}$ にある光子 2 および 3 を準備し、任意の偏光状態 ($|\psi\rangle_1$) にある光子 1 と光子 2 との間で上述したベル状態測定を行う。ビームスプリッタ (BS) の両方の出力で光子が同時検出された場合 (その確率は 1/4)、ベル状態

²⁷射影される状態が $|\Psi^-\rangle$ であるとする文献も多く見られる (例えば [59], [60])。これは、光路 1 と光路 2 の座標の定義の違いによるものと思われる。本書では光路 1,2 とともに右手系とする座標の取り方を採用しているが、光路 1 と光路 2 とで右手系と左手系を反転する座標の取り方もあり得る。その際には反射に伴う H(p) 偏光成分の反転がなく、射影される状態は $|\Psi^-\rangle$ と表される (座標系の違いに伴って表現が変換されるだけで物理的実体が異なるわけではない)。実験的には、例えば光路の片方を鏡で反射すること等によっても容易に起こり得る変換であるので、注意する必要がある。

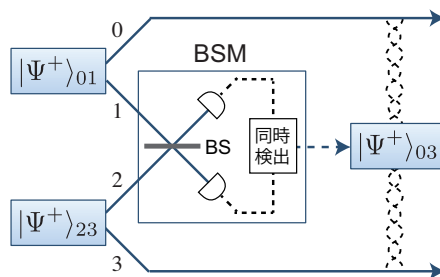


図 26: 光子の偏光の量子もつれスワッピング.

態測定の結果が $|\Psi^+\rangle_{12}$ であることになり、その場合には光子 1 の状態 ($|\psi\rangle_1$) が光子 3 の状態 ($|\psi\rangle_3$) として転送されたことになる。この種の実験は、インスブルック大学のグループ [60] によって初めて行われた²⁸。この実験では、type-II 位相整合 SPDC (図 17 に示した方法) を用いて同時に 2 対の光子対を互いに逆向きに発生し、その 1 対をベル状態として用い、他の 1 対を伝令付き光子として用いた。光子 1 の偏光状態を偏光子を用いて種々の状態に準備し、ベル状態測定を通して光子 3 に転送後、光子 3 の偏光状態が光子 1 に対して準備した状態とほぼ同じになっていること、すなわち量子テレポーテーションが実行されていることを確認した²⁹。

さらに、量子テレポーテーションを応用すると、図 26 に示す量子もつれスワッピングと呼ばれる操作を実現することができる [61]。この操作では、量子もつれ状態にある 2 光子 (光子 0 および光子 1) のうちの片方 (光子 1) の状態を量子テレポーテーションで光子 3 に転送する。すると、はじめは光子 0 と光子 1 との間に存在していた量子もつれが、光子 0 と光子 3 との間の量子もつれとして移されることになる。つまり、はじめは何も相関のなかった光子 0 と光子 3 の間に量子もつれを移動することができる。この操作を次々に行うことにより、遠く離れた光子あるいは量子ビットの間に量子もつれを移動させて行くことができる。これは、量子情報通信における情報伝送距離を延ばすための量子中継器を実現する際に重要な技術であると考えられている。

²⁸そのため、インスブルック実験とも呼ばれる。

²⁹光子 1 と光子 2 が各々 1 個ずつ BS に入力されたときのベル状態測定の成功確率は 1/4 である。用いられた実験条件では、光子 1 と光子 2 が同時に入力される確率と、光子 1 (伝令付き光子) が 2 光子同時に入力されてしまう確率が同程度で、後者が BS の出力で同時検出される確率は 1/2 となるため、この「ベル状態測定」に基づくテレポーテーションの過半数は誤り (光子 2, 3 が不在) となってしまう問題が指摘されている。インスブルック実験では、光子 3 が測定された場合のみを結果として取り扱っている。

上の例で述べたような光の偏光状態の転送の実験例では、ベル状態測定において取り得る4種の結果のうち、1/4の確率で偶然 $|\Psi^+\rangle$ 状態になった場合のみ転送が成功し、他の場合には転送が行われないので、まだ完全な量子テレポーテーションとは言えない。これに対し、直交位相空間における光の状態のような連続的な量子状態を転送する、連続変数量子テレポーテーション [62, 63] も提案・実現されている。このように、量子もつれは量子情報通信技術などにおいて欠くことのできない重要なリソースとなっており、その応用範囲がますます広がることが期待される。

参考文献

- [1] H. J. Carmichael and D. F. Walls: “A quantum-mechanical master equation treatment of the dynamical Stark effect” *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **9** (1976) 1199.
- [2] H. J. Kimble, M. Dagenais, and L. Mandel: “Photon Antibunching in Resonance Fluorescence” *Phys. Rev. Lett.* **39** (1977) 691.
- [3] M. Dagenais and L. Mandel: “Investigation of two-time correlations in photon emissions from a single atom” *Phys. Rev. A* **18** (1978) 2217.
- [4] F. Diedrich and H. Walther: “Nonclassical radiation of a single stored ion” *Phys. Rev. Lett.* **58** (1987) 203.
- [5] T. Basché, W. E. Moerner, M. Orrit, and H. Talon: “Photon antibunching in the fluorescence of a single dye molecule trapped in a solid” *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 1516.
- [6] B. Lounis and W. E. Moerner: “Single photons on demand from a single molecule at room temperature” *Nature* **407** (2000) 491.
- [7] R. Brouri, A. Beveratos, J.-P. Poizat, and P. Grangier: “Photon antibunching in the fluorescence of individual color centers in diamond” *Opt. Lett.* **25** (2000) 1294.
- [8] A. Imamoglu, P. Michler, M. D. Mason, P. J. Carson, G. F. Strouse, and S. K. Buratto: “Quantum correlation among photons from a single quantum dot at room temperature” *Nature* **406** (2000) 968.
- [9] P. Michler: “A Quantum Dot Single-Photon Turnstile Device” *Science* **290** (2000) 2282.
- [10] C. Santori, M. Pelton, G. Solomon, Y. Dale, and Y. Yamamoto: “Triggered Single Photons from a Quantum Dot” *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 1502.
- [11] S. Masuo, A. Masuhara, T. Akashi, M. Muranushi, S. Machida, H. Kasai, H. Nakanishi, H. Oikawa, and A. Itaya: “Photon Antibunching in the Emission from a Single Organic Dye Nanocrystal” *Jpn. J. Appl. Phys.* **46** (2007) L268.
- [12] D. F. Walls: “Evidence for the quantum nature of light” *Nature* **280** (1979) 451.
- [13] R. Loudon: “Non-classical effects in the statistical properties of light” *Rep. Prog. Phys.* **43** (1980) 913.
- [14] B. Lounis and M. Orrit: “Single-photon sources” *Rep. Prog. Phys.* **68** (2005) 1129.
- [15] I. Aharonovich, D. Englund, and M. Toth: “Solid-state single-photon emitters” *Nat. Photon.* **10** (2016) 631.
- [16] M. Nirmal, B. O. Dabbousi, M. G. Bawendi, J. J. Macklin, J. K. Trautman, T. D. Harris, and L. E. Brus: “Fluorescence intermittency in single cadmium selenide nanocrystals” *Nature* **383** (1996) 802.
- [17] B. Lounis, H. A. Bechtel, D. Gerion, P. Alivisatos, and W. E. Moerner: “Photon antibunching in single CdSe/ZnS quantum dot fluorescence” *Chem. Phys. Lett.* **329** (2000) 399.
- [18] N. Abe, Y. Mitsumori, M. Sadgrove, and K. Edamatsu: “Dynamically unpolarized

- single-photon source in diamond with intrinsic randomness” *Sci. Rep.* **7** (2017) 46722.
- [19] Z. Yuan: “Electrically Driven Single-Photon Source” *Science* **295** (2001) 102.
- [20] K. Takemoto, Y. Sakuma, S. Hirose, T. Usuki, N. Yokoyama, T. Miyazawa, M. Takatsu, and Y. Arakawa: “Non-classical Photon Emission from a Single InAs/InP Quantum Dot in the 1.3- μm Optical-Fiber Band” *Jpn. J. Appl. Phys.* **43** (2004) L993.
- [21] T. Miyazawa, K. Takemoto, Y. Sakuma, S. Hirose, T. Usuki, N. Yokoyama, M. Takatsu, and Y. Arakawa: “Single-Photon Generation in the 1.55- μm Optical-Fiber Band from an InAs/InP Quantum Dot” *Jpn. J. Appl. Phys.* **44** (2005) L620.
- [22] K. Takemoto, M. Takatsu, S. Hirose, N. Yokoyama, Y. Sakuma, T. Usuki, T. Miyazawa, and Y. Arakawa: “An optical horn structure for single-photon source using quantum dots at telecommunication wavelength” *J. Appl. Phys.* **101** (2007) 081720.
- [23] C. Kurtsiefer, S. Mayer, P. Zarda, and H. Weinfurter: “Stable Solid-State Source of Single Photons” *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 290.
- [24] I. Aharonovich, S. Castelletto, D. A. Simpson, C.-H. Su, A. D. Greentree, and S. Prawer: “Diamond-based single-photon emitters” *Rep. Prog. Phys.* **74** (2011) 076501.
- [25] D. F. Walls and G. J. Milburn: *Quantum Optics* (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008) 2nd ed.
- [26] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel: “Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference” *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987) 2044.
- [27] K. Edamatsu, R. Shimizu, and T. Itoh: “Measurement of the Photonic de Broglie Wavelength of Entangled Photon Pairs Generated by Spontaneous Parametric Down-Conversion” *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 97.
- [28] R. Shimizu and K. Edamatsu: “High-flux and broadband biphoton sources with controlled frequency entanglement” *Opt. Exp.* **17** (2009) 16385.
- [29] J. Jacobson, G. Björk, I. Chuang, I. Chuang, and Y. Yamamoto: “Photonic de Broglie Waves” *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 4835.
- [30] M. Mitchell, J. Lundeen, and A. Steinberg: “Super-resolving phase measurements with a multiphoton entangled state” *Nature* **429** (2004) 161.
- [31] P. Walther, J.-W. Pan, M. Aspelmeyer, R. Ursin, S. Gasparoni, and A. Zeilinger: “De Broglie wavelength of a non-local four-photon state” *Nature* **429** (2004) 158.
- [32] F. W. Sun, B. H. Liu, Y. F. Huang, Z. Y. Ou, and G. C. Guo: “Observation of the four-photon de Broglie wavelength by state-projection measurement” *Phys. Rev. A* **74** (2006) 033812.
- [33] T. Nagata, R. Okamoto, J. L. O’Brien, K. Sasaki, and S. Takeuchi: “Beating the Standard Quantum Limit with Four-Entangled Photons” *Science* **316** (2007) 726.
- [34] M. Yabuno, R. Shimizu, Y. Mitsumori, H. Kosaka, and K. Edamatsu: “Four-photon quantum interferometry at a telecom wavelength” *Phys. Rev. A* **86** (2012) 010302.
- [35] I. Afek, O. Ambar, and Y. Silberberg: “High-NOON States by Mixing Quantum and Classical Light” *Science* **328** (2010) 879.
- [36] I. Afek, O. Ambar, and Y. Silberberg: “Classical Bound for Mach-Zehnder Superresolution” *Phys. Rev. Lett.* **104** (2010) 123602.
- [37] G. Y. Xiang, H. F. Hofmann, and G. J. Pryde: “Optimal multi-photon phase sensing with a

- single interference fringe” *Sci. Rep.* **3** (2013) 145.
- [38] A. N. Boto, P. Kok, D. S. Abrams, S. L. Braunstein, C. P. Williams, and J. P. Dowling: “Quantum Interferometric Optical Lithography: Exploiting Entanglement to Beat the Diffraction Limit” *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 2733.
- [39] P. Grangier, G. Roger, and A. Aspect: “Experimental Evidence for a Photon Anticorrelation Effect on a Beam Splitter: A New Light on Single-Photon Interferences” *Europhys. Lett.* **1** (1986) 173.
- [40] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen: “Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?” *Phys. Rev.* **47** (1935) 777.
- [41] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger: “Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell’s Theorem” *Phys. Rev. Lett.* **47** (1981) 460.
- [42] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger: “Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell’s Inequalities” *Phys. Rev. Lett.* **49** (1982) 91.
- [43] Z. Y. Ou and L. Mandel: “Violation of Bell’s Inequality and Classical Probability in a Two-Photon Correlation Experiment” *Phys. Rev. Lett.* **61** (1988) 50.
- [44] Y. H. Shih and C. O. Alley: “New Type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment Using Pairs of Light Quanta Produced by Optical Parametric Down Conversion” *Phys. Rev. Lett.* **61** (1988) 2921.
- [45] P. G. Kwiat, E. Waks, A. G. White, I. Appelbaum, and P. H. Eberhard: “Ultra-bright source of polarization-entangled photons” *Phys. Rev. A* **60** (1999) R773.
- [46] B.-S. Shi and A. Tomita: “Generation of a pulsed polarization entangled photon pair using a Sagnac interferometer” *Phys. Rev. A* **69** (2004) 013803.
- [47] W. Ueno, F. Kaneda, H. Suzuki, S. Nagano, A. Syouji, R. Shimizu, K. Suizu, and K. Edamatsu: “Entangled photon generation in two-period quasi-phase-matched parametric down-conversion” *Opt. Exp.* **20** (2012) 5508.
- [48] H. Takesue and K. Inoue: “Generation of polarization-entangled photon pairs and violation of Bell’s inequality using spontaneous four-wave mixing in a fiber loop” *Phys. Rev. A* **70** (2004) 031802.
- [49] O. Benson, C. Santori, M. Pelton, and Y. Yamamoto: “Regulated and Entangled Photons from a Single Quantum Dot” *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 2513.
- [50] C. Santori, D. Fattal, M. Pelton, G. S. Solomon, and Y. Yamamoto: “Polarization-correlated photon pairs from a single quantum dot” *Phys. Rev. B* **66** (2002) 045308.
- [51] R. M. Stevenson, R. J. Young, P. Atkinson, K. Cooper, D. A. Ritchie, and A. J. Shields: “A semiconductor source of triggered entangled photon pairs” *Nature* **439** (2006) 179.
- [52] N. Akopian, N. H. Lindner, E. Poem, Y. Berlatzky, J. Avron, D. Gershoni, B. D. Gerardot, and P. M. Petroff: “Entangled Photon Pairs from Semiconductor Quantum Dots” *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 130501.
- [53] C. L. Salter, R. M. Stevenson, I. Farrer, C. A. Nicoll, D. A. Ritchie, and A. J. Shields: “An entangled-light-emitting diode” *Nature* **465** (2010) 594.
- [54] K. Edamatsu, G. Oohata, R. Shimizu, and T. Itoh: “Generation of ultraviolet entangled photons in a semiconductor” *Nature* **431** (2004) 167.

- [55] G. Oohata, R. Shimizu, and K. Edamatsu: “Photon Polarization Entanglement Induced by Biexciton: Experimental Evidence for Violation of Bell’s Inequality” *Phys. Rev. Lett.* **98** (2007) 140503.
- [56] D. F. V. James, P. G. Kwiat, W. J. Munro, and A. G. White: “Measurement of qubits” *Phys. Rev. A* **64** (2001) 399.
- [57] W. K. Wootters: “Entanglement of Formation of an Arbitrary State of Two Qubits” *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 2245.
- [58] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres, and W. K. Wootters: “Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels” *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 1895.
- [59] S. L. Braunstein and A. Mann: “Measurement of the Bell operator and quantum teleportation” *Phys. Rev. A* **51** (1995) R1727.
- [60] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger: “Experimental quantum teleportation” *Nature* **390** (1997) 575.
- [61] J.-W. Pan, D. Bouwmeester, H. Weinfurter, and A. Zeilinger: “Experimental Entanglement Swapping: Entangling Photons That Never Interacted” *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 3891.
- [62] S. L. Braunstein and H. J. Kimble: “Teleportation of Continuous Quantum Variables” *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 869.
- [63] A. Furusawa, J. L. Sørensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, and E. S. Polzik: “Unconditional Quantum Teleportation” *Science* **282** (1998) 706.