

メタマテリアルの世界

東北大学理学研究科物理学専攻 石原照也

概要

Maxwell 方程式から得られる波動方程式を眺めると、誘電率と透磁率が同じ周波数で負であるような物質が存在すれば、その中を電磁波が伝搬することを容易に示すことができる。しかし光の周波数領域ではこれまでに知られている物質の比透磁率は極めて1に近い（磁気的な相互作用はない）ために、最近までこのような現象が実現されるとは思ってもよらないことだった。それが世紀の変わり目に、波長より小さい人工構造をうまくデザインすることで、このような現象が実際に存在すること、そしてその物質の屈折率が負であるなど、風変わりな性質をもっていることがわかってきた。このようにサブ波長構造によって、新奇な物性が発現するとき、このような構造体をメタマテリアルと呼ぶ。

今回の講義では、第一日目にメタマテリアルが注目される契機となった、負の屈折率の性質と実現、評価について講義する。第二日目はサブ波長構造のデザインによって生じる、興味深い波動伝搬と近接場の利用について議論する。第三日目は光物性を大きく制御できる系としてメタマテリアルを捉え、いくつかの例を紹介する。

発想の転換とナノ構造作製、電磁場シミュレーションの組み合わせによって、大きく世界が広がる楽しさを味わっていただけるような講義にしたいと考えている。

1) 負の屈折率の性質と実現および評価¹⁾

負の屈折率

1967年にVeselagoは以下のような考察を行った²⁾。等方的な物質中のMaxwell方程式は、真電荷、真電流がないとき、S I 単位系で

$$\begin{aligned}\text{rot}\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = -\mu\mu_0 \frac{\partial\vec{H}}{\partial t} \\ \text{rot}\vec{H} &= \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

と書ける。ここで $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ は電場、電束密度、磁場、磁束密度である。また ε_0, μ_0 は真空の誘電率および透磁率、 ε, μ は比誘電率および比透磁率を表す無次元のスカラー量である。平面波 $\vec{E}, \vec{H} \propto \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t)$ を仮定すると

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \mu \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{k} \times \vec{H} = -\omega \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

これを組み合わせると、自明でない解をもつ条件として、分散関係

$$k^2 = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \epsilon \mu$$

が得られる。平面波が伝搬するためには、実の角振動数に対して、波数が実数でなくてはならないので、 ϵ と μ の積が正であることが必要となる。通常光学領域では $\mu=1$ であるので、平面波が存在するのは $\epsilon > 0$ の場合であるが、仮に ϵ と μ が同時に負であっても平面波解は存在することになる。 $\epsilon < 0$, $\mu < 0$ の時、Maxwell方程式は $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{k}$ が通常と逆に左手の関係をもつので、このような媒質を左手系媒質と呼ぶ。エネルギーの流れであるPoyntingベクトルは $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ であるから、左手系媒質では $\vec{k}$ と $\vec{S}$ は反平行になる。すなわち、エネルギーの流れの方向と位相の進む向きが逆になる。通常の媒質 1 からこのような物質に光が入射するとき、奇妙な現象が起こる。光の屈折の法則とは界面に平行な波数ベクトルが保存されること：

$$k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2$$

に他ならないが、図 1 (a), (b) の二つの可能性のうち、界面でエネルギーの流れが保存されるのは (b) であるから、折り返すように屈折することになる。これは

Snellの法則 $n = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$ に照らしてみると、屈折率が負であることを意味している。

すなわち ϵ と μ が同時に負である場合に屈折率が負となる。左手系という名前は旋光性を連想させるが、これとは全く別の概念なので、最近では負屈折率媒質 (Negative Index Material; NIM) と呼ばれることが多くなっている。

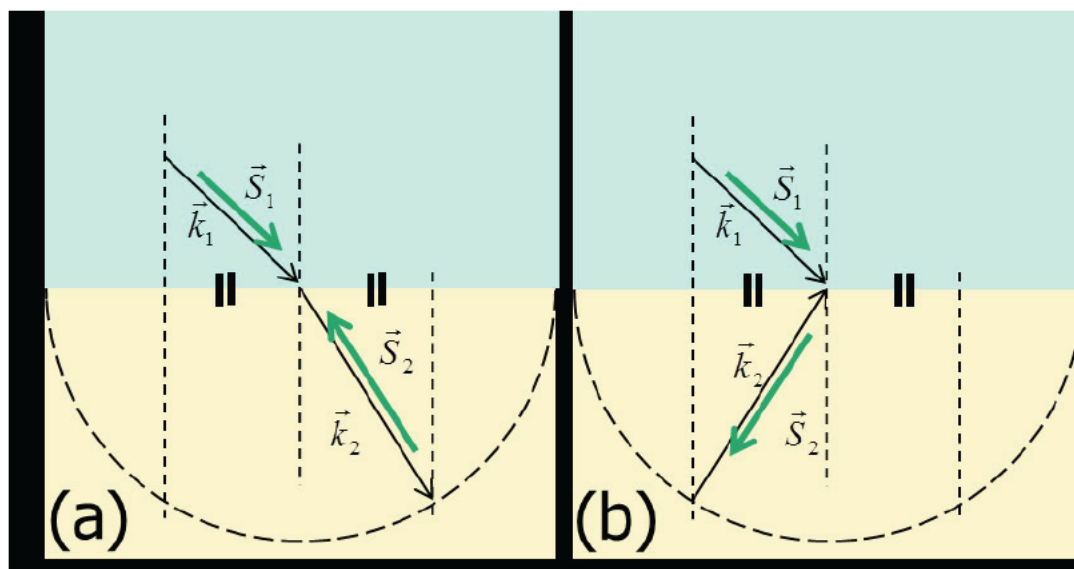


図 1 : 右手系から左手系に光が入射する場合の波数保存
(a)の場合はPoyntingベクトルが界面で保存されない。

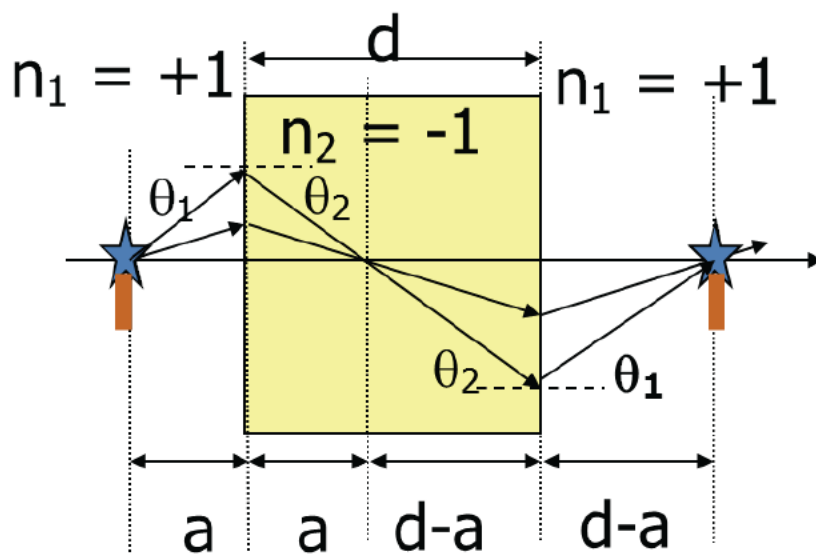


図 2 : Veselagoレンズの原理

さらに興味深いのはイメージング機能である。図 2 のように $\epsilon = -1, \mu = -1$ の平板状の媒質にその近傍にある光源から光が入射したとすると、どんな角度で入射した光も、反対側の一点に結像する。作図してみると明らかなように平板から a だけ離れた点は厚さ d の平板の後ろ面から $d-a$ だけ離れたところに焦点を結ぶ。すなわち焦点距離は $2d$ であって、平板前面より d 以上はなれると像を結ぶことはできない。またこの「レンズ」は通常のレンズと異なり、像を正立のま

ま転送する。

さらにVeselagoは媒質が負の屈折率をもつとDoppler効果、Cherenkov効果、光の放射圧が通常と逆向きになるなど、様々な常識はずれの性質をもつことを示したが、その後そのような性質を示す物質を見出すことはできなかったため、しばらくの間、この論文が注目を集めることはなかった。

金属筒と分割リング共振器

ほとんどの物質において磁気応答は数GHz程度以上でなくなってしまう。実際Landau-Lifshitzの教科書³⁾では原子中の電子の軌道運動による磁性が光学領域で無視できるという一般的な議論を行っている。しかし金属の構造体では電場は電流を生み出し、電流は磁場を発生する⁴⁾。はじめに図3(a)のように円筒の軸に垂直な方向から、軸に平行な磁場を持った電磁波が入射する場合を考える。円筒の内部での磁束密度の時間変化は円筒の円周方向の電流を生じる。金属の導電率が無限大であれば、内部の磁束密度は0となり、有限の導電率であれば、部分的にキャンセルする。外部では磁束密度に変化はない。系を構成する材料が非磁性体である場合、比透磁率が1であるので、磁束密度と磁場の空間分布は同じである。しかし、その不均一な空間分布のため、このような系では、 μ は1より小さい正の値をとることになる。

次に図3(b)のように金属リングに切れ目をいれた系を考えよう。リングの内部における磁束密度の時間変化によって、リングに電流がながれるが、切れ目はコンデンサの役割を果たすので、この構造は有限の周波数で共鳴応答を示し、共鳴の高周波数側に負の透磁率を示す周波数領域が生まれる。しばしば逆の位置にカットをもつリングを大小二つのリングを組み合わせるのは強い電氣的な応答が生じるのを抑えるためである。しかし、大小の2重リングからなる構造は対称性が悪いため、共鳴は磁気応答と電気応答が混合した複異方性(bianisotropy)をもったものになっている⁵⁾。

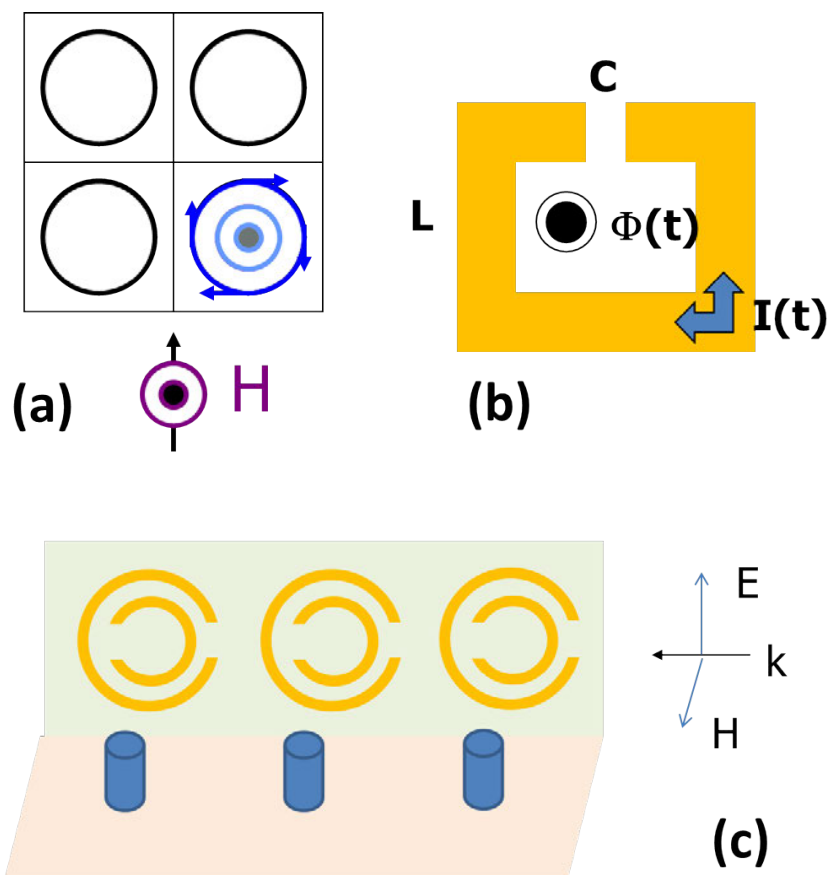


図3： (a) 金属円筒の磁気応答、(b) 分割リング共振器、(c) 最初の負の屈折率メタマテリアルの模式図

負の誘電率

赤外から可視にかけて、多くの金属の誘電率は負であるが、マイクロ波領域で負の誘電率をもつ自然界の物質は知られていない。金属のプラズマ周波数以下であれば、プラズマ応答をするのは人工媒質を作らずとも当たり前であると思われる方もいるかも知れない。しかし、マイクロ波領域の振動数は金属の緩和定数よりも小さく、Hagen-Rubens領域と呼ばれる、誘電率が純虚数の世界である。金属を細線に分割し、有効電子密度を下げるとともに、インダクタンスが上がって電子の有効質量が大きくなることを利用して、有効プラズマ周波数を紫外線領域からマイクロ波領域に下げてそれを実現できる⁶⁾。

マイクロ波領域における負の屈折と結像の実験的検証

負の屈折率を示す最初のメタマテリアルは図3(c)のように、負の透磁率を示す分割リングを組み合わせることにより、2000年にマイクロ波領域で実現された⁷⁾。負の屈折率をもつことは、分割リングのみでは透過しない周波数帯が、金

属線と組み合わせることで透過するようになることから結論された。

2001年にはメタマテリアルの最初の屈折実験が行われた⁸⁾。分割リングと金属ワイヤをプリントした基板を井桁仕切り状にならべることにより、平面内で等方的（4回対称）なプリズムを作製し、導波路でマイクロ波を照射し、負の屈折を示すように設計された構造体と通常の物質であるテフロンを比較して、負の屈折を実証した。負の屈折現象自体は格子定数が大きく、回折が存在してメタマテリアルとは見なせないフォトニック結晶においても見られる場合がある⁹⁾。

負の屈折は日常観察することができない現象なので、多くの議論を生み出した。Huygensの原理によって作図を行うと外側の光線は一瞬のうちに有限の光路差に追いつかなくてはいけないように見える。2つのわずかに異なった周波数の光を干渉させ、干渉面が負の屈折率をもった媒質においてどのようなか調べ、干渉の方向を群速度の方向、したがってエネルギーの流れの方向と考えて負の屈折について批判¹⁰⁾がなされたが、しかしその後、干渉縞の方向と群速度の方向は一般に異なりエネルギー流れは確かに負の屈折をすること¹¹⁾、時間領域の計算から屈折方向が定まるには有限の時間がかかること¹²⁾が数値計算によって示され、現在では負の屈折が現実的なものであることが広く認められている。

人工電磁媒質の粗視化

そもそも物質中で比誘電率や比透磁率が1からずれるというのはどういうことであろうか？物質は一様なものではなく、原子や分子から成り立っていることを我々は知っている。真空中と異なり、物質に電磁場を照射した場合、微視的にみれば、電磁場は印加したものとは全く異なるものとなるが、Maxwell方程式にあらわれる電場、電束密度、磁場、磁束密度はそれを「平均」したものであり、誘電率は電場と電束密度の、透磁率は磁場と磁束密度の比である。平均の取り方にはいくつかの方法があるが、そのような取り組みのひとつ¹³⁾を紹介する。有効透磁率 μ は

$$B_{ave} = \mu \mu_0 H_{ave}$$

のように定義されるが、もしも平均のとり方が磁束密度と磁場で同じであるなら、透磁率は1となってしまう。しかし、人工構造の（波長より十分に小さい）構造単位に対してMaxwell方程式の積分形を考えてみると、

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\ell = i\omega \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}; \quad \oint \mathbf{H} \cdot d\ell = -i\omega \int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$

となり磁束密度と電束密度は面積分で、磁場と電場は線積分で定義すべきことがわかる。図4のような一辺の立方体に対してこれを適用する。まず、経路(a)に注目すると

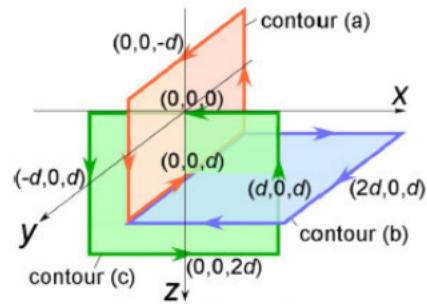


図4： 積分経路の取り方

$$\begin{aligned} & \int_{-d}^d H_z(0,d,z)dz - \int_{-d}^d H_y(0,y,d)dy - \int_{-d}^d H_z(0,-d,z)dz + \int_{-d}^d H_y(0,y,-d)dy \\ &= -i\omega \int_{-d}^d dy \int_{-d}^d dz D_x(0,y,z) \end{aligned}$$

が成り立つ。各項を平均値

$$\overline{H}_z(0,d,0) \equiv \int_{-d}^d H_z(0,d,z)dz/(2d), \quad \overline{D}_x(0,0,0) \equiv \int_{-d}^d dx \int_{-d}^d dz D_x(0,y,z)/(2d)^2$$

などで置き換えることを考えると

$$2d\{\overline{H}_z(0,d,0) - \overline{H}_y(0,0,d) - \overline{H}_z(0,-d,0) + \overline{H}_y(0,0,-d)\} = i\omega(2d)^2 \overline{D}_x(0,0,0)$$

簡単のため、 z 方向に e^{ikz} として伝播する波を考えると

$$2d\{-\overline{H}_y(0,0,0)e^{ikd} + \overline{H}_y(0,0,0)e^{-ikd}\} = -i\omega(2d)^2 \overline{D}_x(0,0,0)$$

ここで

$$\overline{\varepsilon} \equiv \frac{\overline{D}_x(0,0,0)}{\varepsilon_0 \overline{E}_x(0,0,0)} = \frac{\int_{-d}^d dy \int_{-d}^d dz \varepsilon(0,y,z) E_x(0,y,z)/(2d)^2}{\int_{-d}^d E_x(x,0,0)/(2d)}$$

とおくと

$$\overline{H}_y \sin(kd) = \omega d \overline{\varepsilon} \varepsilon_0 \overline{E}_x$$

同様にして、経路(c)にFaradayの法則を適用して

$$\overline{E}_x \sin(kd) = \omega d \overline{\mu} \mu_0 \overline{H}_y$$

これが自明でない解をもつ条件として

$$\frac{\sin^2(kd)}{(\omega d)^2} = \overline{\varepsilon} \overline{\mu} \varepsilon_0 \mu_0 = \overline{\varepsilon} \overline{\mu} / c^2$$

そこで

$$\epsilon_{\text{eff}} \equiv \frac{kd}{\sin(kd)} \bar{\epsilon}; \quad \mu_{\text{eff}} \equiv \frac{kd}{\sin(kd)} \bar{\mu}$$

などとする、通常の分散関係をみたす。 $\bar{\epsilon}$, $\bar{\mu}$ の前の因子は単位胞の大きさの有限性から由来する補正項であり、 d が波長に比べて十分に小さければ ϵ_{eff} , μ_{eff} は $\bar{\epsilon}$, $\bar{\mu}$ に一致する。

透磁率が1の物質だけから成り立っているにも関わらず、有効透磁率が1から変化する理由は、 $\bar{\mu}$ の定義式からわかるように、単位構造の中の場合が不均一であるからである。

光領域のメタマテリアルデザイン

SRRの変形による短波長化

サブ波長分解能を実現する完全レンズの議論はマイクロ波領域よりも波長の短い可視光領域での利用価値が高い。そこでより短い波長で負の屈折を実現することに対する競走が生じた。しかし分割リングと細線の組み合わせをスケールダウンするだけでは光領域の負の屈折の実現は難しい¹⁴⁾。周波数が高くなるにつれ金属は完全導体ではなくなり、電場が金属中に侵入するため損失が大きくなるからである。

分割リングの構造を最大限に抽象化すると金属板片を誘電体で挟んでならべた構造に行き着く。実際このような構造で、近赤外での透磁率共鳴、負の屈折の実現に成功している^{15,16)}。一方図5に示すような、金属誘電体金属の3層構造に正方配列の孔をあけた構造（ダブルフィッシュネット構造）は誘電率が負である領域が広く、負の屈折率の実現に有利である¹⁷⁾。この構造は金属/誘電体/金属のサンドイッチ構造とバビネ相反の関係にある。性能係数（屈折率の虚部に対する実部の比）が3の共鳴¹⁸⁾や780nmの光での負の屈折が報告されている¹⁹⁾。短波長化が可能となった理由は構造の単純化、損失の少ない銀の使用、デザインの最適化にある。

金属/誘電体/金属のサンドイッチ構造は有効透磁率の共鳴を持つが、負となる部分が誘電率の共鳴と重ならないため負の屈折率を示さない。しかし金属部分の位置をずらすことで、電荷の反発を抑制し、共鳴周波数を制御し、負の屈折を示すようにすることができる²⁰⁾。このようなシフトバー構造は負の屈折率を示す分子とみなすことができ、負の屈折率を示す等方的なバルク構造を実現する方法として注目される。

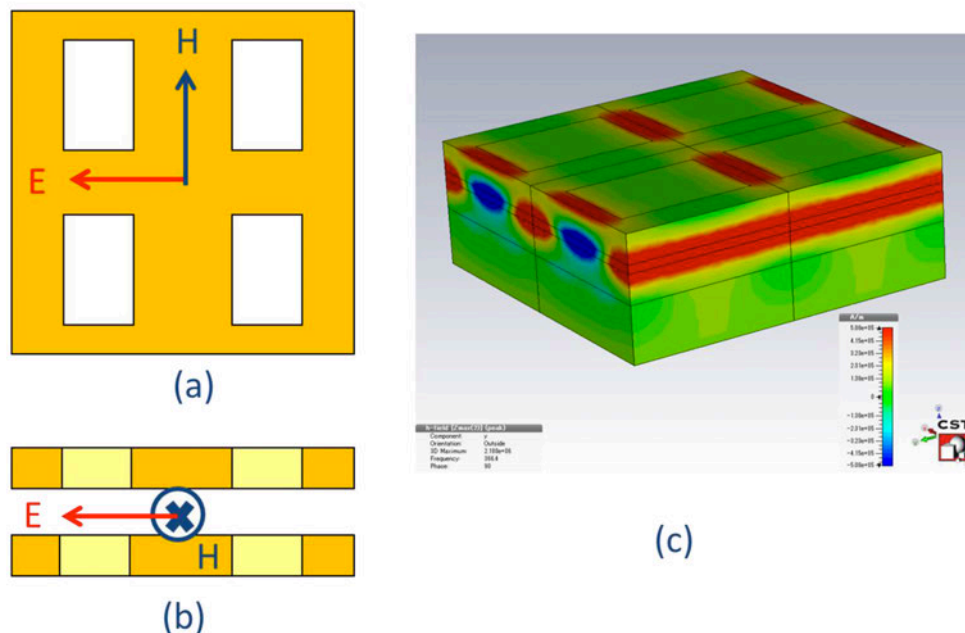


図5：ダブルフィッシュネット構造 (a) xy 平面図 (b) zx 平面図 (c) 共鳴における H_y 成分の分布

薄膜試料における有効誘電率、透磁率の決定

光領域では3次元的な構造を作製するのが極めて困難であるので、負の屈折率は間接的な方法で確認せざるを得ない。このためには以下のような、実験的に複素透過率と複素反射率を実験的に測定することで、有効誘電率と有効透磁率を決定する方法²¹⁾がよく用いられている。与えられた構造に対して転送行列を用いると複素透過率 $\tilde{t}$ と複素反射率 $\tilde{r}$ が得られる。これを再現するような一様な有効媒質があったとして、その誘電率と透磁率を決定するという考え方である。

複素透過率、複素反射率から有効誘電率、有効透磁率を求める方法を以下に示す。真空から屈折率 n_s の基板の上に作製された厚さ d のメタマテリアルに垂直入射する場合を考える。メタマテリアルの有効屈折率と有効インピーダンスを n 、 Z 、真空中の波数を $k_0 \equiv \omega/c$ とすると：

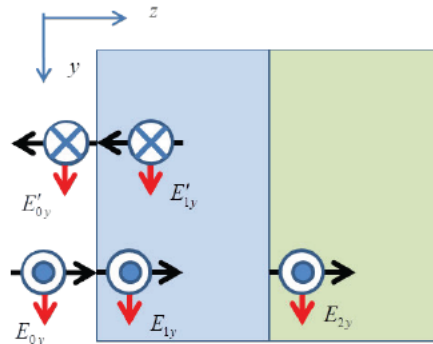


図6： 各層における電場と磁場（紙面に垂直）の向きの取り方

$$\tilde{t} = \frac{2Z}{(1+n_s)Z \cos(nk_0 d) - i(1+n_s Z^2) \sin(nk_0 d)}$$

$$\tilde{r} = \frac{(1-n_s)Z \cos(nk_0 d) + i(1-n_s Z^2) \sin(nk_0 d)}{(1+n_s)Z \cos(nk_0 d) - i(1+n_s Z^2) \sin(nk_0 d)}$$

これを逆に解くと

$$Z = \pm \sqrt{\frac{(1+\tilde{r})^2 - \tilde{t}^2}{(1-\tilde{r})^2 - n_s^2 \tilde{t}^2}}; \quad n = \frac{c}{\omega d} \cos^{-1} \left(\frac{n_s \tilde{t}^2 - \tilde{r}^2 + 1}{(n_s - 1)\tilde{r} + n_s + 1} \frac{1}{\tilde{t}} \right)$$

となる。透過率と反射率が複素数であることを強調するために、ティルデをつけているが、屈折率とインピーダンスも一般には複素数である。 Z と n を求める変形は結構厄介であるので、講義で解説する。その上で $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ の

関係を使って有効誘電率と有効透磁率を求めることができる。マイクロ波領域ではベクトルネットワークアナライザによって波の振幅と位相が複素Sパラメタという形で直接的に求められる。テラヘルツ波領域ではフェムト秒レーザを用いた時間分解分光法で複素光学定数を求めることができる。光領域ではMach-Zehnder干渉計やMichelson干渉計を用いて複素光学定数が求められている^{22,23)}。透過と反射の測定結果からインピーダンスと伝播係数を求めることはNicolson-Ross-Weir (NRW) 法として、マイクロ波工学の分野では以前から知られていたものであり、メタマテリアルの解析に安易に用いると誤った結果を得るなどの批判²⁴⁾もあり、注意を要するが、メタマテリアル研究の発展の過程で果たした役割は大きい。

伝送線路によるアプローチ

マイクロ波領域においてSmithらが負の屈折を実証してまもなく、電波工学の

分野で知られていた後進波との関係が指摘された。これを屈折が議論できるようにItoh^{25,26)}とEleftheriades²⁷⁾は独立に2次元に拡張した。伝送回路線路網の考え方では通常の導波路の等価回路のLとCをいれかえたデュアル回路がハイパスフィルターとなることに注目し、ある周波数領域で群速度と位相速度が逆向きとなる、左手系の振る舞いをすることを示した。

以下の議論のために、抵抗、インダクタンス、キャパシタンスのもつインピーダンスを復習しておこう。

$$V = RI \quad \therefore Z = \frac{V}{I} = R$$

$$V = L \frac{dI}{dt} \Rightarrow V = j\omega LI \quad \therefore Z = \frac{V}{I} = j\omega L$$

$$CV = \int Idt : C\dot{V} = I \Rightarrow j\omega CV = I \quad \therefore Z = \frac{V}{I} = \frac{1}{j\omega C}$$

次に微小回路の繰り返しによる回路網の電圧と電流の関係を求めるために、単位長さあたりのインピーダンスとアドミッタンスを Z', Y' とすると、

$$\left. \begin{array}{l} I_n - I_{n+1} = Y'\Delta z V_n \\ V_n - V_{n+1} = Z'\Delta z I_{n+1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{dI}{dz} = -Y'V \\ \frac{dV}{dz} = -Z'I \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 I}{dz^2} = -Y'Z'I \\ \frac{d^2 V}{dz^2} = -Z'Y'V \end{array} \right.$$

$V = e^{\gamma z}$ とすると $\gamma^2 = Y'Z'$ であることがわかる。

これを Maxwell の波動方程式と比較してみよう。

$$\mathbf{E} = (E_x, 0, 0), \quad \mathbf{H} = (0, H_y, 0)$$

$$-\frac{dH_y}{dz} = j\omega\epsilon E_x; \quad \frac{dE_x}{dz} = -j\omega\mu H_y$$

$$\begin{pmatrix} E_x \\ H_y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} V \\ I \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} Z' \\ Y' \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} j\omega\mu \\ j\omega\epsilon \end{pmatrix}$$

と対応することがわかる。

通常の伝送線路は $Z' = j\omega L, Y' = j\omega C$ だから

$$\beta^2 = -Y'Z' = -(j\omega L)(j\omega C) = \omega^2 LC \quad \therefore \beta = \pm\omega\sqrt{LC}$$

ここで L と C を入れ替えた系を想定してみると

$$Z' = 1/j\omega C; Y' = 1/j\omega L,$$

$$\beta^2 = -YZ' = 1/\omega^2 LC \quad \therefore \beta = \frac{\pm 1}{\omega\sqrt{LC}}$$

このとき

$$\varepsilon = \frac{Y'}{j\omega} = -\frac{1}{\omega^2 L'} < 0; \quad \mu = \frac{Z'}{j\omega} = -\frac{1}{\omega^2 C'} < 0$$

であるから、誘電率と透磁率が同時に負である場合に対応する。

現実には物理的な長さや浮遊容量によって必ず右手系の成分が存在するため、左右混合した系が実現される。負の屈折をしめすバンド幅はカットオフ周波数とシリーズ（直列）またはシャント（並列）のLC共鳴のうち低いほうの周波数で決まり、SRRで達成されるバンド幅に比べてずっと大きくなる。これは単位胞同士の電磁的結合が強いことに由来している。固体電子論において、無機結晶の電子バンド幅が分子結晶のバンド幅にくらべてずっと大きいことに対応する現象である。

左手形を実現するための、もう一つの回路的アプローチは、負のインダクタンスと負のキャパシタンスを用いることで、これはオペアンプを用いた **Negative Impedance Converter** 回路を利用して実現することができる。このような回路は Foster のリアクタンス定理に反することから **non-Foster** 回路と呼ばれる²⁸⁾。

2) サブ波長構造のデザインと波動伝搬、近接場

金属の光学応答

金、銀、アルミニウムなどの金属は高密度の自由電子を多く含み、光に対して負の誘電率をもった物質として振舞う。これをあらわすモデルとして、光電場によって励起される復元力のない振動子の運動方程式を考える。

$$m\ddot{x} + m\gamma\dot{x} = qE_0 e^{-i\omega t}$$

これを解くと

$$x = \frac{-qE_0 e^{-i\omega t}}{m(\omega^2 + i\gamma\omega)}$$

このような振動子が単位体積あたりに N 個あることによって生じる分極は

$$P = Nqx = \frac{-Nq^2 E_0 e^{-i\omega t}}{m(\omega^2 + i\gamma\omega)}$$

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 \left(1 - \frac{Nq^2 E_0 e^{-i\omega t}}{m\epsilon_0(\omega^2 + i\gamma\omega)} \right) \equiv \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \right) E$$

$$\epsilon_m(\omega) \equiv 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}; \quad \omega_p^2 \equiv \frac{Nq^2}{m\epsilon_0}$$

このような金属のモデルを Drude モデルと呼ぶ。緩和定数 γ が小さいとして無視すると、 $\omega < \omega_p$ では誘電率は負の実数となる。一方、通常透磁率は正の実数

(実際のところ 1) なので、光は波として伝播しない。なお現実の金属はもう少し複雑で、自由電子だけで現象を理解することはできない。たとえば金の場合 5d から 6s への遷移が 520nm から生じ、金に特有な色を呈する。

表面プラズモン：分散関係、電磁場分布

金属と誘電体の界面の電磁場モードを考えよう。 $z < 0$ に $\epsilon_m(\omega) < 0$ で特徴付けられる金属が、 $z > 0$ に $\epsilon_d > 0$ の誘電体が広がっているとする。磁場が界面に局在し、伝播するようなモードがあると仮定し

$$\mathbf{H} = (0, H, 0); \quad H = \begin{cases} H_0 e^{-\alpha z + i\beta x - i\omega t} & (z > 0) \\ H_0 e^{+\gamma z + i\beta x - i\omega t} & (z < 0) \end{cases}$$

とおくと、これは波動方程式

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}$$

を満たすから、

$$\beta^2 - \alpha^2 = \epsilon_d \omega^2 / c^2; \quad \beta^2 - \gamma^2 = \epsilon_m \omega^2 / c^2$$

これに対応する電場は Maxwell 方程式を用いて計算できる。

$$-i\omega\epsilon E = \nabla \times H = \begin{pmatrix} \partial_x \\ \partial_y \\ \partial_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ H \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\partial_z H \\ 0 \\ \partial_x H \end{pmatrix}$$

$$E_x = \frac{1}{i\omega} \begin{cases} (\alpha/\epsilon_d)H & (z > 0) \\ (-\gamma/\epsilon_m)H & (z < 0) \end{cases}$$

$z = 0$ における境界条件より

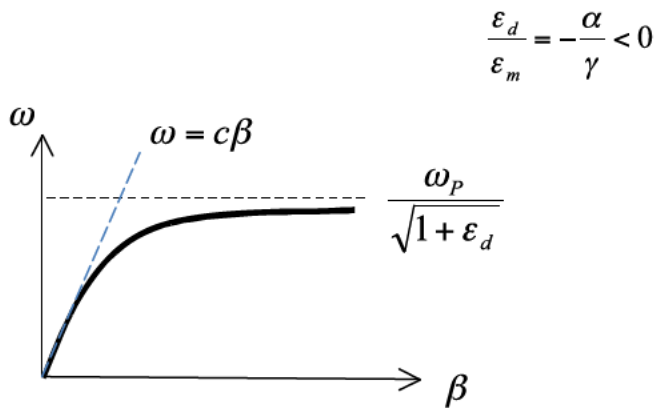


図 7：表面プラズモンの分散関係（模式図）

すなわち、このような ($z = 0$ に局在した伝播波) 解が存在するためには、 $\varepsilon_m(\omega) < 0$ でなくてはならないことがわかる。各領域における分散関係の条件と、 $z = 0$ の境界条件を組み合わせるとこのような解の波数と周波数の関係式（分散関係）が求められる。

$$\left(\frac{c\beta}{\omega}\right)^2 = \frac{\varepsilon_d \varepsilon_m(\omega)}{\varepsilon_d + \varepsilon_m(\omega)}$$

この関係式を図 7 に示す。 $\omega = \omega_p / \sqrt{1 + \varepsilon_d}$ で右辺が発散するため、波数 β が発散することになる。すなわち有限の周波数で無限に大きな波数（無限小の波長）が得られることになる。実際には Drude 金属の有限の減衰数のために、無限大とはならないが、自由空間の光の波長に比べてずっと小さいものとなり、これを利用した光リソグラフィが提案されている²⁹⁾。

負の屈折率をもった平板の結像作用

Pendry は Veselago の議論した平面レンズが、伝搬波のみならずエバネッセント波も同様に伝達することを示した³⁰⁾。

分散関係式は自由空間で

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \equiv k_0^2$$

であるから、光源の微細な空間構造は大きな波数に対応し、上の式からそれに垂直な成分の波数を負に、すなわち、エバネッセント波にしてしまう。その結果、従来の結像系ではこれらのモードは探知されない。しかし走査型近接場光学顕微鏡 (SNOM) のように近接場を測定するなら、空間分解能の制限から逃れることができる。 z 成分が伝搬するという条件をはずせば、空間分解能はいかようにも大きくできる。3次元空間を2次元でマップするために、このようなことが

可能となる。

誘電率と透磁率が-1で、屈折率が-1であるような平面スラブの真空に対する反射率は0であり、透過率は $\exp(-ik_z d)$ となる。これからまず伝搬波については、スラブ前後の空気中の位相変化

$$\exp(+ik_z x)\exp(+ik_z(d-x)) = \exp(+ik_z d)$$

をスラブ内部での位相変化が打ち消すために、物体面 $z=0$ から像面 $z=2d$ までのトータルな位相変化が0となることがわかる。一方、エバネッセント波は正の虚部 $k_z = i\kappa$ をもつから、自由空間で減衰したエバネッセント波は負の屈折率をもつスラブの中で振幅が大きくなることを意味している。この現象はしばしば「増幅」と呼ばれるが、エバネッセント波はエネルギーを伝搬しないからエネルギーが増加しているわけではない。表面に局在したモードをその端において励起しているに過ぎない。このように伝搬波もエバネッセント波も像面で同じであるから、像を再構成するすべての情報はそろっていることになる。その意味で負の屈折率（真空とインピーダンスマッチさせる場合は誘電率-1、透磁率-1で屈折率-1）をもつスラブを完全レンズと呼ぶ。界面におけるエバネッセント波の大きなエネルギー密度はFabry-Perot共振器の中の高い電場強度と同様に、時間をかけて蓄積される。完全レンズの条件は正負の屈折率物質の界面で電氣的表面プラズモン（波数と磁場が垂直）と磁氣的表面プラズモン（波数と電場が垂直）が同時に存在する条件と等価である。

伝搬波だけでなく、エバネッセント波も完全に再現されるため、光源のもつすべての情報が転送されることになるため、完全レンズと呼ばれる。完全レンズがあれば、波長以下の情報も伝えられるため、解像度の限界を破ることができると考えられ、イメージングや微細加工の応用につながると考えられて、2000年ころ大いに注目され、メタマテリアルが広く認知される契機となったが、このような理想的な現象が起こるためには $\epsilon = \mu = -1$ が正確に満たされていなくてはならず（ごくわずかな虚部も現象を損なう）、完全レンズの実現は現実的ではないと考える研究者が最近は多くなっている。

損失を0にして完全レンズを実現するために、光学利得を導入することが提案されている。完全レンズの条件が満たされていなくてもある程度の解像度は可能であり、これをスーパーレンズと呼ぶ。うまくデザインされたメタマテリアルを用いれば、SNOMを並列化して、実時間のサブ波長イメージングが可能となることが期待される。

準定常極限と銀レンズ

光領域で ϵ と μ を同時に実数-1にするのは難しい。ペンドリーは問題とする構造のスケールが光の波長よりもずっと小さければ、p 偏光の透過率は無関係となり、誘電率の条件 $\epsilon = -1$ のみが有効となることを指摘した。すなわちただの

金属が完全レンズの代役となる。誘電率の虚部が小さいほうがよいので、銀がよい候補となる。銀レンズがないと識別できないダブルスリットパターンが、銀の平板を挿入すると識別できことが実証されている³¹⁾。

ハイパーレンズ

近接場を近接場に変換するスーパーレンズでは、利用できる場面は極めて限られている。しかし、最近非等方的なメタマテリアルによって近接場を伝搬波に変換する技術が開発された³²⁾。このようなものをハイパーレンズと呼ぶ。この技術が発展すれば、リアルタイムでのサブ波長像観察や可視光によるナノリソグラフィが可能になる可能性がある。

s 偏光Brewster現象

p 偏光（入射光線と反射光線で構成される入射面に対して偏光ベクトルが含まれる場合）の光に対してある角度（Brewster角）で反射率が0になることはレーザ共振器の設計に用いられているし、偏光サングラスとして日常でも利用されている。この現象がp 偏光のみに対して起こる非対称性は光領域において透磁率が1であって、磁気的な応答がないからである。

s偏光の反射率を入射角 θ_1 と屈折角 θ_2 を用いてあらわすと：

$$r_s = \frac{\sqrt{\mu_1/\epsilon_1} \cos \theta_1 - \sqrt{\mu_2/\epsilon_2} \cos \theta_2}{\sqrt{\mu_1/\epsilon_1} \cos \theta_1 + \sqrt{\mu_2/\epsilon_2} \cos \theta_2}$$

Snellの法則

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sqrt{\epsilon_2 \mu_2}}{\sqrt{\epsilon_1 \mu_1}}$$

と組み合わせると、反射率が0となる条件は

$$\sin^2 \theta_1 = \frac{\mu_2(\mu_2 \epsilon_1 - \mu_1 \epsilon_2)}{\epsilon_1(\mu_2^2 - \mu_1^2)}$$

となるので、透磁率が同じ場合には実現できないが、異なっていれば、パラメーターによってはs 偏光Brewster角が存在できる。このことはマイクロ波領域では分割リング共振器を用いて³³⁾、可視光領域では金属誘電体多層膜によって³⁴⁾実現されている。

クローキング

以上のように物質の誘電率や透磁率は物質や波長によって異なるが、人工構造によっても大きく制御できる。屈折率は曲がり方を、インピーダンスは反射を特徴づける量である。通常の物質では光領域の透磁率が真空のそれと同じな

ので、屈折させようと思うと、必ず反射を伴う。しかし、人工構造をうまくデザインすると、誘電率も透磁率も変えられるので、反射なしに屈折させるような可能性が生じる。

2006年にLeonhardt³⁵⁾とPendryら³⁶⁾は独立に光の進路を自由に設計する手法を理論的に示した。光は一様な媒質ではまっすぐ進むが、誘電率と透磁率が空間的に変化すると曲がった軌跡をたどる。蜃気楼は不均一な温度分布による屈折率の不均一分布によって光の進路が曲がるために起こる現象である。また重い天体の側を光が通る時、光が曲がることは一般相対論から説明される。天体が非常に重くなると光はそこから脱出できなくなって、ブラックホールと呼ばれるものになる。この現象は重力によって空間が歪むと考えることで理解できるが、その考え方をMaxwell方程式に当てはめると、望みの光の伝搬を実現するには誘電率と透磁率の空間分布がどのようになればよいかを示すことができる。一様な媒質の内部を変形させて孔を作るような座標変換を考える。このような変換を行なってもMaxwell方程式の形そのものは変わらないが、誘電率と透磁率は影響を受ける。そのような空間分布をもった誘電率と透磁率をデザインしてやれば、孔の中に光が到達することはないはずである。原理検証は理論が発表されてから、わずか5ヵ月後にサブ波長構造を作るのが容易なマイクロ波領域で行われた³⁷⁾。同心円筒の構造物で、円筒の表面には一種の分割リングが並べてある。分割リングの形状を微妙に変化させることによって、透磁率の動径成分を半径に依存させて変えている。この構造に平面的なマイクロ波を照射すると、クロック領域がない場合は円筒の背後に影が生じるが、円筒をクロック構造で囲むとその中をマイクロ波が迂回して、波面が乱れず平面波として透過する。すなわちマイクロ波において、透明マントは実現されたことになる。ただ、このようなクロッキングは設計した周波数においてのみ有効である。人間の目は400-700nmの広い範囲の光に対して感度を持つため、人間の目に対して透明に見えるように設計することは、今のところ現実的ではない。劇場などでコートや手荷物などを預けるところをクロックと呼ぶが、これは目の前から消すということから来ているようである。

光メタ材料の作製と評価

光の波長より小さい構造を作るために、現在よく使われる手法は、スパッタによる薄膜形成と電子線リソグラフィーによる構造作製である。スパッタとはプラズマ状態にあるイオンを加速電圧を与えて原料のターゲットにぶつけ、ターゲットの材料を飛ばして、近くにある基板に堆積する方法である。ターゲットを順次交換することによって、厚さ数10nmの薄膜を重ねた多層膜が作製できる。電子線リソグラフィーでは、このようにして作製した多層膜の上にレジ

ストと呼ばれる電子線に感光するポリマー薄膜をつけ、高い電圧をかけた電子線を細く絞り、偏向させることで、パターンを描く。電子はポリマーを架橋したり（ネガ型の場合）、結合を切ったり（ポジ型の場合）するため、これを現像液につけて、不要な部分を除去する。次にこれをマスクとして、ドライエッチングを行い、露出した部分を削り、最後に残ったレジストを除去して構造を完成させる。この方法によれば 10nm 程度の精度で 1mm 角程度の任意の 2 次元構造を作製することができる。

このほかに、押し付けることで形状を転写するナノプリント、光硬化樹脂をレーザーで直接描画する方法などが行われている。

Mach-Zehnder 干渉計による可視光領域における位相測定

可視光領域では通常光の強度のみを測定して、位相情報は用いない。位相情報を得るためには、干渉計を用いる必要がある。ここでは Purdue 大学で開発された方法²²⁾を発展させた、我々の研究室で用いている方法を紹介する。

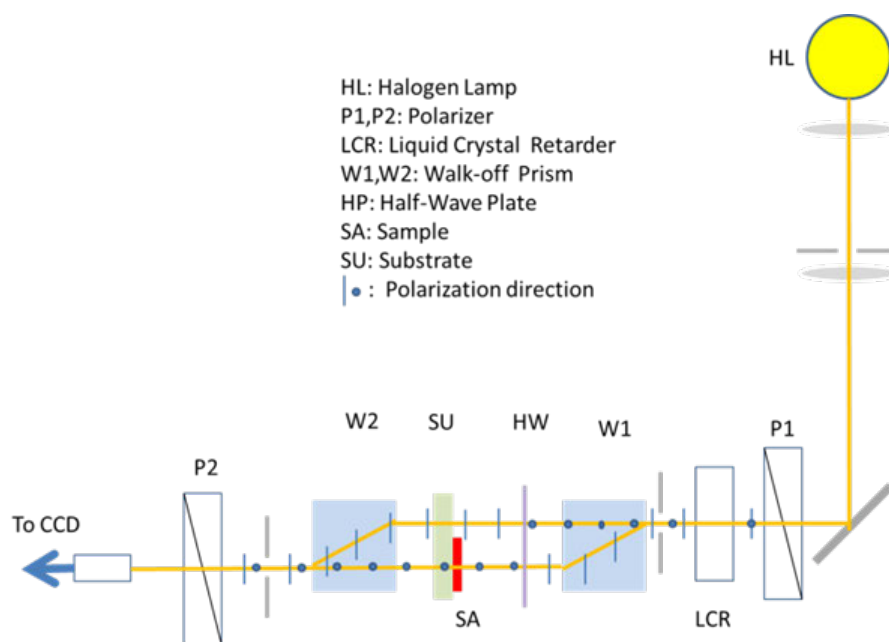


図 8 : Walk-off プリズムを用いた Mach-Zehnder 干渉計

図 8 は Mach-Zehnder 干渉計の模式図である。光源としてはハロゲンランプを用い、Walk-off プリズムと 1/2 波長板を用いてビームを二つに分割し、元に戻している。二つのアームの片方に試料を入れ、液晶リターダに印加する電圧を変えながらスペクトルを測定し、それを解析することで位相スペクトルを得る。具体的な例を用いた解析については、講義の際に説明する。

3) 光物性の対象としてのメタマテリアル：物性のデザイン サブ波長構造による発色

金属薄膜に周期的に小さな穴を開けると特定の波長で大きな透過が得られる。これを利用したカラーフィルターが報告されている³⁸⁾。

また、金属薄膜の上に絶縁体層を挟んで金属グレーティングを配した構造では、穴がないにもかかわらず特定波長で大きな透過が得られる³⁹⁾。

メタ表面

メタマテリアルの考え方はバルクの電磁応答を特徴付ける誘電率、透磁率といったパラメタを人工構造によって制御するものであるが、金属と光の相互作用は非常に大きいため、非常に薄い層で大きな位相変化を達成し、その結果伝播方向を制御することができる⁴⁰⁾。

非線形光学効果のデザイン

物質の応答に非線形性があると、角振動数 ω の光に対し、 2ω で振動する分極と静的な分極が発生する。前者を第二高調波生成 (Second Harmonic Generation)、後者を光整流 (Photo-Rectification) と呼ぶ。このような現象は物質に反転対称性を欠く場合に生じる。これを特徴付ける非線形感受率は

$$\chi^{(2)}(2\omega) = \Delta_{SHG} \chi^{(1)}(2\omega) (\chi^{(1)}(\omega))^2$$

$$\chi^{(2)}(0) = \Delta_{PR} \chi^{(1)}(0) (\chi^{(1)}(\omega))^2$$

の形をしており、 $\Delta_{SHG}, \Delta_{PR}$ は物質によって変わらずほぼ一定であることが経験的に知られている (Miller 則)⁴¹⁾。

このことは現象論的な非線形振動子模型から導くことができるが、非線形ポテンシャルの大きさが物質によらずにほぼ一定であること意味している。ごく最近の報告によるとメタマテリアルではこの式はそのまま当てはまらない⁴²⁾。これは場所によって応答が異なるからであり、メタマテリアルの自由度によって、はるかに大きな非線型性が生じる可能性を示している。

金属周期構造による光整流

2 次の光学非線形性は反転対称性がない場合に存在できる。人工構造によって光の波長程度でのスケールで反転対称性をくずすことで、斜入射の円偏光励起で偏光の回転する方向によって、入射面に垂直方向の光起電力の符号が反転する現象が報告されている⁴³⁾。

今後の展望

これまでに示したように、物質の電磁パラメタはサブ波長構造のデザインによって、大きく変化させることができる。このとき、電磁場のシミュレーションは重要である。その上で物理の本質を捉えるためには、モデル化が必要となる。今回の講義で学んだ知識が皆さんの研究を進める上で、何らかの参考になれば幸いである。最後に日本語で読める関連図書を紹介しておく⁴⁴⁻⁴⁶⁾。

文 献

- 1) S.A. Ramakrishna: "Physics of negative refractive index materials," Rep. Prog. Phys. **68**, (2005)449.
- 2) V. G. Veselago: "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ," Soviet Physics USPEKHI, **10**(1968)509.
- 3) L.D.ランダウ、V.M.リフシツ「連続媒質の電気力学2」(東京図書, 1983) .
- 4) J.B. Pendry, A.J. Holden, D.J. Robbins, and W.J. Stewart : "Magnetism from Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena," IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech., **47**(1999)2075.
- 5) R. Marques, F. Medina, R. Rafii-El-Idrissi, "Role of bianisotropy in negative permeability and left-handed metamaterials" Phys.Rev. **B 65**(2002)144440.
- 6) J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, I. Youngs: "Extremely Low Frequency Plasmons in Metallic Mesostructures," Phys. Rev. Lett., Vol. **76**, (1996) 4773.
- 7) D. R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz : "Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity," Phys. Rev. Lett., **84**(2000) 4184.
- 8) R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz: "Experimental Verification of a Negative Index of Refraction" , Science, **292**(2001) 77.
- 9) M. Notomi, "Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals: Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap, " Phys. Rev. **B62** (2000)10696.

- 10) P. M. Valanju, R. M. Walser and A. P. Valanju : “Wave refraction in negative-index media: Always positive and very inhomogeneous,” Phys. Rev. Lett. **88**(2002) 187401.
- 11) D.R. Smith, D. Schurig and J.B. Pendry, “Negative refraction of modulated electromagnetic waves,” Appl. Phys. Lett. **81**(2002)2713.
- 12) S. Foteinopoulou, E. N. Economou, and C. M. Soukoulis , “Refraction in Media with a Negative Refractive Index,” Phys. Rev. Lett.**90** (2003) 107402 .
- 13) D.R. Smith and J.B. Pendry: “Homogenization of metamaterials by field averaging,” J. Opt. Soc. Am. **B23** (2006)391.
- 14) A. Ishikawa, T. Tanaka, and S. Kawata, "Negative Magnetic Permeability in the Visible Light Region," Physical Review Letters **95**(2005) 237401.
- 15) V. M. Shalaev, W. S. Cai, U. K. Chettiar, H. K. Yuan, A. K. Sarychev, V. P. Drachev, and A. V. Kildishev, "Negative index of refraction in optical metamaterials," Optics Letters **30**, 3356 (2005).
- 16) S. Linden, C. Enkrich, G. Dolling, M.W.Klein, J. Zhou, T. Koschny, C.M.Soukoulis, S. Burger, F. Schmidt and M. Wegener: “Photonic Metamaterials: Magnetism at Optical Frequencies,” IEEE J. Selected Topics in Quantum Electronics **12** (2006)1097.
- 17) S. Zhang, W. J. Fan, N. C. Panoiu, K. J. Malloy, R. M. Osgood, and S. R. J. Brueck: "Experimental demonstration of near-infrared negative-index metamaterials," Phys.Rev. Lett. **95**(2005) 137404.
- 18) G. Dolling, C. Enkrich, and M. Wegener C. M. Soukoulis and S. Linden: ”Low-loss negative-index metamaterial at telecommunication wavelengths,” OPTICS LETTERS **31**(2006) 1800.
- 19) G. Dolling, M. Wegener, C. M. Soukoulis, and S. Linden, "Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength," Optics Letters **32**, 53 (2007).
- 20) B.Kante, Kevin O’Brien, Avi Niv, Xiaobo Yin, and Xiang Zhang, “Proposed isotropic negative index in three-dimensional optical metamaterials”, PHYSICAL REVIEW B **85**, 041103(R) (2012).

- 21) D. R. Smith, S. Schultz, P. Markos and C. M. Soukoulis :“Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients, ” Phys. Rev. **B65**(2002)195104.
- 22) V.P. Drachev, W. Cai, U. Chettiar, H.-K. Yuan, A.K. Sarychev, A.V. Kildishev, G. Klimeck, and V.M. Shalaev:” Experimental verification of an optical negative-index material,” Laser Phys. Lett. **3** (2006) 49.
- 23) G. Dolling, C. Enkrich, M. Wegener, C. M. Soukoulis, and S. Linden: "Simultaneous negative phase and group velocity of light in a metamaterial," Science **312**, 892-894 (2006).
- 24) “Electromagnetic Characterization of Nanostructured Materials,”
http://econam.metamorphose-vi.org/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=260&Itemid=24
- 25) L. Liu, C. Caloz, C. Chang, T. Itoh: “Forward coupling phenomena between artificial left-handed transmission lines, ” J. Appl. Phys. **92** (2002)5560.
- 26) A. Sanada, C. Caloz and T. Itoh, “Planar Distributed Structures With Negative Refractive Index, ” IEEE Trans. Microwave Theo. and Tech. **52** (2004)1252.
- 27) A. Grbic and G.V. Eleftheriades, “Experimental verification of backward-wave radiation from a negative refractive index metamaterial.” J. Appl. Phys. **92** (2002) 5930.
- 28) S. Hrabar, I. Krois, I. Bonic and A. Kiricenco, “Negative capacitor paves the way to ultra-broadband metamaterials,” Applied Physics Letters 99, 254103 (2011).
- 29) X. Luo and T. Ishihara, “Surface plasmon resonant interference nanolithography technique,” Applied Physics Letters 84, 4780 (2004).
- 30) J.B. Pendry, “Negative refraction makes a perfect lens,” Phys. Rev. Lett., **85** (2000) 3966.
- 31) N. Fang, H. Lee, C. Sun and X. Zhang, “Sub-Diffraction-Limited Optical Imaging with a Silver Superlens”, Science **308**(2005)534.
- 32) Z. Liu, H. Lee, Y. Xiong, C. Sun and X. Zhang, “Far-Field Optical Hyperlens Magnifying Sub-Diffraction-Limited Objects,” Science **315**, 1686 (2007).

- 33) Y. Tamayama, T. Nakanishi, K. Sugiyama and M. Kitano, "Observation of Brewster's effect for transverse-electric electromagnetic waves in metamaterials: Experiment and theory," *Physical Review B* 73, 193104 (2006).
- 34) R. Watanabe, M. Iwanaga and T. Ishihara, "s-polarization Brewster's angle of stratified metal-dielectric metamaterial in optical regime," *physica status solidi (b)* 245, 2696 (2008).
- 35) U. Leonhard, "Optical Conformal Mapping," *Science* 312, 1777 (2006).
- 36) J. B. Pendry, D. Schurig, D. R. Smith, "Controlling Electromagnetic Fields," *Science* 312, 1780 (2006).
- 37) D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith, "Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies," *Science* **314**, 977-980 (2006).
- 38) D. Inoue, A. Miura, T. Nomura, H. Fujikawa, K. Sato, N. Ikeda, D. Tsuya, Y. Sugimoto, and Y. Koide, "Polarization independent visible color filter comprising an aluminum film with surface-plasmon enhanced transmission through a subwavelength array of holes," *Applied Physics Letters* 98, 093113 (2011).
- 39) W. Wang, D. Zhao, Y. Chen, H. Gong, X. Chen, S. Dai, Y. Yang, Q. Li, and M. Qiu, "Grating-assisted enhanced optical transmission through a seamless gold film", *Optics Express*, 22, 5416 (2014)
- 40) N. Yu, P. Genevet, M.A. Kat, F. Aieta, J.P. Tetienne, F. Capasso, Z. Gaburro, "Light propagation with phase discontinuities: generalized laws of reflection and refraction," *Science* 334, 333 (2011).
- 41) 服部利明 著「非線形光学入門」p.81 裳華房 (2009).
- 42) K. O'Brien, H. Suchowski, J. Rho, A. Salandrino, B. Kante,, X. Yin and X. Zhang, "Predicting nonlinear properties of metamaterials from the linear response," *Nature Materials* 14, 379 (2015).
- 43) T. Hatano, T. Ishihara, S.G. Tikhodeev, N.A. Gippius, "Transverse Photovoltage Induced by Circularly Polarized Light," 103, 103906 (2009).
- 44)「メタマテリアルの技術と応用」 石原照也監修、シーエムシー出版(2011).

- 45)「光メタマテリアルの基礎」 M.A.Noginov and V.A.Podolskiy 著、木村達也訳、丸善出版(2014).
- 46)「光メタ表面材料—表面ナノ構造の光学—」 A.A. Maradudin 編、木村達也訳、オーム社(2014).